



การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับ
โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

วิทยานิพนธ์
ของ
เจตสุภา สังข์ทองดี

เสนอต่อมหาวิทยาลัยมหาสารคาม เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน

ตุลาคม 2564

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับ
โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

วิทยานิพนธ์
ของ
เจตสุภา สังข์ทองดี

พหุบัน ปณณิกโต ชีเว

เสนอต่อมหาวิทยาลัยมหาสารคาม เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน

ตุลาคม 2564

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

The Development of Mathematics Problem Solving Ability of Problem - Based
Learning and The Geometer's Sketchpad (GSP) for Mathayomsuksa 2

Jetsupa Sungthongdee

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of Requirements
for Master of Education (Curriculum and Instruction)

October 2021

Copyright of Mahasarakham University



คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของนางสาวเจตสุภา สังข์ทองดี
แล้วเห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชา
หลักสูตรและการสอน ของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(รศ. ดร. ประสาท เนืองเฉลิม)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(อ. ดร. อารยา ปิยะกุล)

.....กรรมการ

(ผศ. ดร. วราพร เอราวรรณ)

.....กรรมการผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก

(ผศ. ดร. สมทรง สัทธี)

มหาวิทยาลัยอนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญา การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ของมหาวิทยาลัยมหาสารคาม

.....
(รศ. ดร. พชรวิทย์ จันทร์ศิริสิริ)

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

.....
(รศ. ดร. กริสน์ ชัยมูล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

ชื่อเรื่อง	การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้ ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2		
ผู้วิจัย	เจตสุภา สังข์ทองดี		
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์ ดร. อารยา ปิยะกุล		
ปริญญา	การศึกษามหาบัณฑิต	สาขาวิชา	หลักสูตรและการสอน
มหาวิทยาลัย	มหาวิทยาลัยมหาสารคาม	ปีที่พิมพ์	2564

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้ผ่านเกณฑ์คะแนนร้อยละ 75 โดยกลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านไทยสมพร จำนวน 7 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 10 แผน 2) แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3) แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียน 4) แบบสัมภาษณ์ และสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ผลการวิจัยปรากฏดังนี้ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนกลุ่มเป้าหมายมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เฉลี่ย 22.29 คิดเป็นร้อยละ 55.71 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.56 และหลังจบวงจรปฏิบัติการที่ 2 นักเรียนกลุ่มเป้าหมายมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เฉลี่ย 29.00 คิดเป็นร้อยละ 72.50 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.28 ซึ่งนักเรียนที่มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์คะแนนร้อยละ 75 มีจำนวนทั้งสิ้น 4 คน

คำสำคัญ : ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, การจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน, จีเอสพี

TITLE	The Development of Mathematics Problem Solving Ability of Problem - Based Learning and The Geometer's Sketchpad (GSP) for Mathayomsuksa 2		
AUTHOR	Jetsupa Sungthongdee		
ADVISORS	Araya Piyakun , Ph.D.		
DEGREE	Master of Education	MAJOR	Curriculum and Instruction
UNIVERSITY	Maharakham University	YEAR	2021

ABSTRACT

The research objectives are to develop ability to solve math problems for Mathayomsuksa 2 students who passed the score criteria for 75%. The target group was 7 students at Mathayomsuksa 2 of Banthaisomporn school. The research tools were 1) 10 Lesson plans, 2) mathematical problem solving ability test 3) behavioural observation form, 4) interview and the statistics used for data analysis were mean, percentage, and standard deviations.

The results showed that mathematical problem solving ability for Mathayomsuksa 2 students in circuit 1, the target group students had a mean score of 22.29 or around 55.71% of the full score, and has a standard deviation of 2.56 After the end of the circuit 2, the target group students had a mean score of 29.00 or 72.50% of the full score, and with a standard deviation of 4.28 which the total number of students with a total of 4 students who have scored 75% higher than the score of mathematical problem solving.

Keyword : Mathematics Problem Solving Ability, Problem–Based Learning, The Geometer's Sketchpad (GSP)

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วยความรู้และความช่วยเหลืออย่างสูงยิ่งจาก รองศาสตราจารย์ ดร.ประสาธ เนืองเฉลิม ประธานกรรมการสอบ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วราพร เอรารวรรณ กรรมการสอบ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมทรง สิริธี กรรมการผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก และ อาจารย์ ดร.อารยา ปิยะกุล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก และอาจารย์ทุกท่านในคณะศึกษาศาสตร์ ที่ได้เสียสละเวลาให้ความช่วยเหลือและแนะนำจนทำให้วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้วิจัย ขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นครชัย ชาญอุไร นางกมลไพไล อมรินทร์ นายพิสิทธิ์ น้อยสิงห์ทอง นางสุภา กอธ และนางวรรณุช แพะขุนทด ผู้เชี่ยวชาญที่ให้คำแนะนำตรวจสอบแก้ไข ข้อบกพร่องของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้จนได้เครื่องมือที่มีคุณภาพ

ขอขอบพระคุณ ผู้บริหารคณะครูและนักเรียนโรงเรียนบ้านไทยสมพร ตำบลหนองกุงทับม้า อำเภอวังสามหมอ จังหวัดอุดรธานี สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาอุดรธานี เขต 2 ทุกท่านที่มีส่วนร่วม และให้ความร่วมมือในการดำเนินการวิจัยในครั้งนี้

ขอขอบพระคุณบิดา มารดา และครอบครัวของผู้วิจัย ที่คอยให้การสนับสนุน ให้กำลังใจ ซึ่งเป็นแรงผลักดันที่มีส่วนช่วยอย่างมาก ให้การทำวิจัยในครั้งนี้สำเร็จไปได้ด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์จากการทำวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยขอมอบบูชาพระคุณบิดา มารดา ครู อาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนให้ความรู้อันมีค่าแก่ผู้ศึกษาค้นคว้า จนสามารถ ทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จไปได้ด้วยดี

เจตสุภา สังข์ทองดี

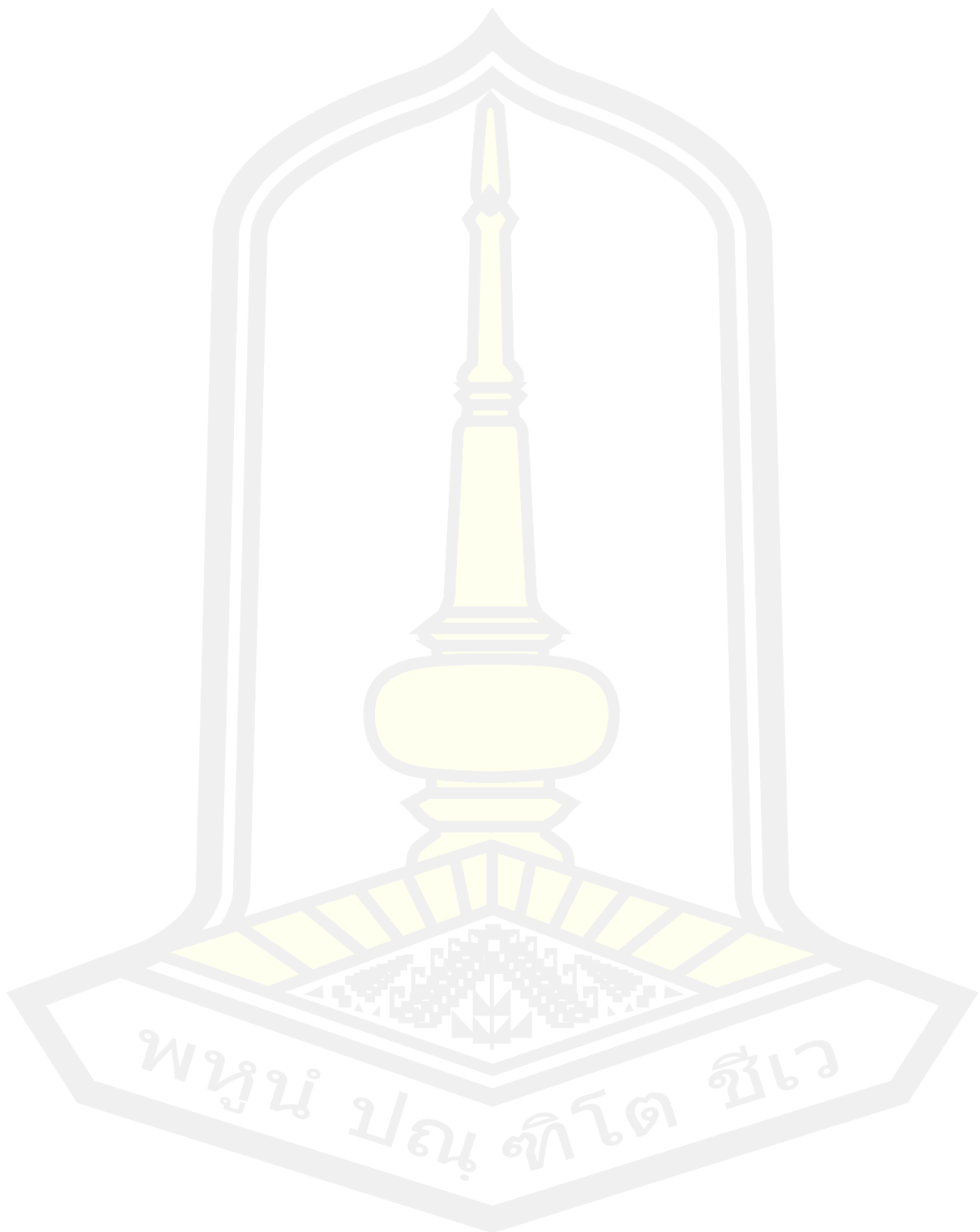
พนุน ปณ จิตโต ชีเว

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพประกอบ.....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	5
ความสำคัญของการวิจัย	5
ขอบเขตของการวิจัย.....	5
นิยามศัพท์เฉพาะ	6
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	10
หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) กลุ่มสาระการ เรียนรู้คณิตศาสตร์.....	10
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	13
การจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน	47
การใช้โปรแกรมThe Geometer's Sketchpad (GSP) ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์	58
การวิจัยเชิงปฏิบัติการ	65
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	68
งานวิจัยในประเทศ	68

งานวิจัยต่างประเทศ	73
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	74
กลุ่มเป้าหมาย.....	74
รูปแบบการวิจัย	75
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	76
วิธีการสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือ.....	77
การเก็บรวบรวมข้อมูล	86
การจัดกระทำกับข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล	86
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	87
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	89
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล	89
ลำดับขั้นตอนในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	89
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	90
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	108
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	108
สรุปผล	108
อภิปรายผล.....	109
ข้อเสนอแนะ	111
บรรณานุกรม.....	112
ภาคผนวก.....	118
ภาคผนวก ก รายนามผู้เชี่ยวชาญและหนังสือราชการ.....	119
ภาคผนวก ข ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้และคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้.....	127
ภาคผนวก ค ผลการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ	144
ภาคผนวก ง ตัวอย่างภาพสื่อการเรียนรู้จีเอสพี และภาพการจัดกิจกรรม.....	151

ประวัติผู้เขียน.....	157
----------------------	-----



สารบัญตาราง

หน้า

ตาราง 1 การวัดและประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ Polya	36
ตาราง 2 ความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญและตัวชี้วัด เรื่อง ปริซึมและทรงกระบอก ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	78
ตาราง 3 เกณฑ์การประเมินผลของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ตามแนวคิดของโพลยา	83
ตาราง 4 การปฏิบัติการตามแผนในวงจรที่ 1	91
ตาราง 5 แสดงผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วงจรที่ 1	95
ตาราง 6 ปัญหาและแนวทางการแก้ไข ในวงจรที่ 1	97
ตาราง 7 การปฏิบัติการตามแผนในวงจรที่ 2	100
ตาราง 8 แสดงผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วงจรที่ 2	104
ตาราง 9 ปัญหาและแนวทางการแก้ไข ในวงจรที่ 2	106
ตาราง 10 แสดงผลการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้ ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม GSP หลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทุกแผนในแต่ละวงจร	107
ตาราง 11 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้	143
ตาราง 12 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด/เนื้อหา สาระการเรียนรู้แกนกลางของแบบทดสอบ เรื่อง ปริซึมและ ทรงกระบอก ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	145
ตาราง 13 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด/เนื้อหา สาระการเรียนรู้แกนกลางของแบบทดสอบ เรื่อง ปริซึมและ ทรงกระบอก ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	147
ตาราง 14 ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบเพื่อหาความตรงของเนื้อหา ของแบบทดสอบความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริซึมและทรงกระบอก ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	149
ตาราง 15 ผลการทดสอบท้ายวงจรที่ 1 แยกตามความสามารถในการแก้ปัญหา คือ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบผล	150

สารบัญภาพประกอบ

หน้า

ภาพประกอบ 1 ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานของไพฑูรย์ สีนลรัตน์	49
ภาพประกอบ 2 แผนภาพแสดงถึงบทบาทของครูผู้สอนตามขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน.....	54
ภาพประกอบ 3 แผนภาพแสดงถึงบทบาทของนักเรียนตามขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน.....	57
ภาพประกอบ 4 ภาพการประดิษฐ์ลวดลายต่าง ๆ จากโปรแกรม GSP	62
ภาพประกอบ 5 ภาพการสำรวจความสัมพันธ์ของขนาดมุมตรงข้ามและมุมประชิด ที่เกิดจากส่วนของเส้นตรงสองเส้นที่ตัดกัน โดยใช้โปรแกรม GSP	62
ภาพประกอบ 6 กราฟของฟังก์ชันคอสและฟังก์ชันไซน์ที่สร้างจากโปรแกรม GSP	63
ภาพประกอบ 7 กระบวนการวิจัยของ Lewin.....	66
ภาพประกอบ 8 กระบวนการดำเนินการวิจัยของภัทราพร เกษสังข์	67
ภาพประกอบ 9 ตัวอย่างการตอบแบบทดสอบของนักเรียน ในวงจรปฏิบัติการที่ 1.....	95
ภาพประกอบ 10 ตัวอย่างการตอบแบบทดสอบของนักเรียน ในวงจรปฏิบัติการที่ 2	103

พูน ปณ จิต ชีเว

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) ซึ่งการที่นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีคุณภาพนั้น นักเรียนจะต้องมีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพราะทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเชื่อมโยง ความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560)

ในชีวิตประจำวันกิจกรรมที่เราทำอยู่เป็นประจำก็คือ การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง เช่น ปัญหาการเดินทาง ปัญหาการเรียน ปัญหาการทำงาน เป็นต้น ในบรรดาปัญหาเหล่านี้มีทั้งปัญหาที่เราสามารถแก้ไขได้โดยใช้เพียงความรู้หรือประสบการณ์เดิม และปัญหาที่มีความยุ่งยาก ซับซ้อนมากจนไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้ในทันทีที่ต้องอาศัยความรู้ ทักษะ/กระบวนการ เทคนิควิธีหลายอย่างในการแก้ปัญหา ซึ่งถ้าเรามีความรู้หรือแหล่งเรียนรู้ที่เพียงพอ เข้าใจขั้นตอน/กระบวนการในการแก้ปัญหา มีเทคนิค/ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ตลอดจนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อน เราก็จะสามารถแก้ปัญหาได้ดีและมีประสิทธิภาพ การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551)

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ มีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต และช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น แต่ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ก็ยังไม่บรรลุเป้าหมายของผู้เรียนและผู้สอน โดยจะเห็นได้จากผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนในโครงการ TIMSS ค.ศ. 2015 ในระดับนานาชาติ ที่แสดงให้เห็นว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของไทยยังคงมีคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ ทั้งในด้านเนื้อหาและพฤติกรรมการเรียนรู้อยู่ในระดับต่ำ ซึ่งมีระดับคะแนนตั้งแต่ 400–474 โดยประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 431 คะแนน ซึ่งจัดอยู่ในอันดับที่ 26 ของประเทศที่เข้าร่วมการประเมินจากทั้งหมด 39 ประเทศ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2561) หรือผลการประเมิน PISA ในปี ค.ศ. 2018 ซึ่งเป็นการประเมินระดับความสามารถของนักเรียนอายุ 15 ปี จากทั่วโลก คะแนนเฉลี่ยของประเทศสมาชิก OECD ของคณิตศาสตร์ใน PISA 2018 เป็นคะแนนมาตรฐานที่ 489 คะแนน ซึ่งผลการประเมินด้านคณิตศาสตร์คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนไทยคือ 419 คะแนน จึงแสดงให้เห็นว่านักเรียนไทยยังมีคะแนนต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของประเทศสมาชิก OECD (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562) รวมถึงผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินัยพื้นฐาน (O-NET) ในปีการศึกษา 2561 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบระดับประเทศอยู่ที่ 30.04 คะแนน และค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบในระดับโรงเรียนบ้านไทยสมพรมีค่าเฉลี่ยของคะแนนอยู่ที่ 20.36 คะแนน (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2561) ซึ่งจะเห็นได้ว่าคะแนนเฉลี่ยของโรงเรียนบ้านไทยสมพรมีคะแนนต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยของระดับประเทศ

จากสภาพปัญหาของโรงเรียนบ้านไทยสมพร สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา ประถมศึกษาอุดรธานี เขต 2 อำเภอวังสามหมอ จังหวัดอุดรธานี ซึ่งเป็นโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา จัดสอนตั้งแต่ชั้นอนุบาล 1–ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนรายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์สภาพปัญหาโดยการรวบรวมข้อมูลผลการเรียนของผู้เรียน สังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียน และสัมภาษณ์ครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นอื่น ๆ ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ พบว่าในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผ่านมาได้มีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย อาทิเช่น การสอนแบบสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ การสอนโดยใช้เกม และการสอนโดยวิธีอื่น ๆ แต่ในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ต้องการให้นักเรียนหาข้อสรุปนั้นนักเรียนต้องให้ครูบอกแทนการสำรวจ สืบเสาะ ค้นคว้าด้วยตนเองแล้วจำข้อสรุปนั้นไปใช้อย่างไม่เข้าใจในเงื่อนไข นักเรียนจึงเกิดความเบื่อหน่าย และขาดความกระตือรือร้นในการเรียน ขาดเมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และขาดทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ด้วยตนเองเพราะขาดความเข้าใจในปัญหา การคิดวิเคราะห์ ไม่สามารถวางแผนและเลือกใช้วิธีในการ

แก้ปัญหา ตลอดจนขาดทักษะในการทำงานกลุ่ม ทำให้ไม่เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ การแสดงความคิดเห็น และการมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จึงส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ ดังจะเห็นได้จากสรุปรายงานผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนโรงเรียนบ้านไทยสมพร ปีการศึกษา 2560-2561 ซึ่งมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 58.80 และ 57.43 ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ยลดลงและต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือร้อยละ 75 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 52.04 และ 50.68 เป็นชั้นที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำที่สุด และมีแนวโน้มที่จะลดลง ทำให้ผู้วิจัยและทางโรงเรียนต้องทบทวนบทบาทต่าง ๆ ทั้งด้านการบริหาร และการจัดการเรียนการสอนที่เน้นถึงความต้องการ และสามารถของนักเรียน พร้อมทั้งเสริมสร้างทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียน (ฝ่ายวิชาการโรงเรียนบ้านไทยสมพร, 2562)

จากปัญหาดังกล่าวผู้วิจัยเล็งเห็นว่าความสามารถในการแก้ปัญหานั้นเป็นจุดเน้นที่สำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงได้ทำการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้เนื้อหาในเรื่องเคยเรียนผ่านมาแล้วมาใช้เป็นเนื้อหาในการทำแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากผลการทดสอบทำให้เห็นว่าคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 47.62 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่ทางโรงเรียนกำหนด จากผลการทดสอบนี้ผู้วิจัยจึงเห็นว่าควรเร่งพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ผ่านเกณฑ์มาตรฐานที่ทางโรงเรียนกำหนดไว้คือร้อยละ 75 และยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น (ฝ่ายวิชาการโรงเรียนบ้านไทยสมพร, 2562) ซึ่งแนวทางในการแก้ปัญหาที่กล่าวมาข้างต้น คือ การจัดการเรียนรู้แบบผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง โดยการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานเพื่อใช้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ มาเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิดวิเคราะห์ ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง เพื่อฝึกนักเรียนให้มีกระบวนการคิดวิเคราะห์ การแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม ได้เผชิญกับสถานการณ์ปัญหาจริง ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในปัญหานั้นได้อย่างชัดเจน ได้เห็นทางเลือกและวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย รวมทั้งช่วยให้ผู้เรียนเกิดการใฝ่รู้และทักษะกระบวนการคิด และกระบวนการแก้ปัญหา ร่วมกับการนำซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์อย่างโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เข้ามาช่วยดึงดูดความสนใจของนักเรียนจากสีสรรและการจำลองสิ่งที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรมของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ที่สามารถทำให้เคลื่อนไหวหรือเปลี่ยนแปลงได้ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเกิดจินตนาการเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น เข้าใจคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น พร้อมทั้งฝึกให้นักเรียนได้ลองพิสูจน์และฝึกปฏิบัติด้วยตนเอง จากการสร้างข้อความคาดการณ์หรือสมมติฐานจากการทดลองหลาย ๆ ครั้ง เพื่อฝึกให้นักเรียนเป็นนักค้นคว้า นักวางแผน และสามารถนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในอนาคต

การจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นเครื่องมือในการกระตุ้น เพื่อให้นักเรียนได้ศึกษา ค้นคว้า หาความรู้ด้วยวิธีการต่าง ๆ จากแหล่งวิทยาการที่หลากหลาย ฝึกกระบวนการคิดวิเคราะห์ปัญหาด้วยตนเอง และแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม โดยครูผู้สอนเป็นเพียงผู้ให้คำแนะนำเท่านั้น ในการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในปัญหานั้นอย่างชัดเจน ได้เห็นทางเลือกและวิธีการแก้ปัญหามากมายในปัญหานั้น รวมทั้งช่วยให้ผู้เรียนเกิดการใฝ่รู้ เกิดทักษะกระบวนการคิด และกระบวนการแก้ปัญหาต่าง ๆ (ทิตนา แคมมณี, 2553) โดยผู้วิจัยใช้ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานของสำนักเลขาธิการสภาการศึกษา โดยแบ่งออกเป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 3 ดำเนินการศึกษา ขั้นที่ 4 สังเคราะห์ความรู้ ขั้นที่ 5 สรุปและประเมินค่าของคำตอบ ขั้นที่ 6 นำเสนอและประเมินผลงาน ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนสามารถสร้างความรู้ใหม่โดยเชื่อมโยงจากความรู้เดิม ได้วิเคราะห์สภาพปัญหา แสวงหาความรู้ต่าง ๆ ลงมือวางแผนตลอดจนเลือกวิธีการในการแก้ปัญหา สามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง และยังเสริมสร้างทักษะในการทำงานกลุ่ม

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ที่ครูผู้สอนสามารถนำไปบูรณาการกับการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ เพราะโปรแกรมนี้เป็นโปรแกรมที่มีเครื่องมือ คำสั่ง และเครื่องคำนวณสำหรับคำนวณค่าต่าง ๆ ตลอดจนเครื่องมือในการช่วยเขียนกราฟของฟังก์ชัน (दनัย ยังคง, 2551) จากประสบการณ์สอนในโรงเรียนเป็นระยะเวลา 3 ปี ที่เคยนำโปรแกรม โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) มาช่วยในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนมีความสนใจ และสนุกกับการเรียนมากขึ้น มองคณิตศาสตร์เป็นรูปธรรมทำให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาได้ดียิ่งขึ้น

จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน เพื่อให้ นักเรียนได้ร่วมกันแก้ปัญหา โดยทำการศึกษา ค้นคว้า หาความรู้จากแหล่งเรียนรู้ที่หลากหลาย พร้อมทั้งช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เข้ามาเป็นอุปกรณ์ช่วยในการจัดการเรียนรู้ และทำให้นักเรียนมองเห็นคณิตศาสตร์เป็นรูปธรรมมากยิ่งขึ้น ตลอดจนเป็นแนวทางในการพัฒนารูปแบบในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในเนื้อหา สารอื่น ๆ ต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้ผ่านเกณฑ์คะแนนร้อยละ 75

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ และได้แนวทางที่สามารถนำไปปรับปรุงการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น
2. ได้แนวทางการปรับปรุงและพัฒนาการจัดการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์โดยการนำโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) มาใช้ในการสร้างสื่อในการจัดการเรียนรู้
3. นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อันเป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและนำไปใช้เพื่อศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น

ขอบเขตของการวิจัย

1. กลุ่มเป้าหมาย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านไทยสมพร ตำบลหนองกุงทับม้า อำเภอวังสามหมอ จังหวัดอุดรธานี สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาเขต 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 จำนวนนักเรียนทั้งหมด 7 คน เป็นนักเรียนที่มีปัญหาทางด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 7 คน โดยดูจากผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เรื่องปริซึมและทรงกระบอก โดยผู้วิจัยใช้เนื้อหาเรื่องปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งเป็นพื้นฐานความรู้ในการเรียนเรื่องปริซึมและทรงกระบอก ซึ่งนักเรียนเคยเรียนผ่านมาแล้ว มาใช้เป็นเนื้อหาในการทำแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากผลการทดสอบพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้ง 7 คน มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่ทางโรงเรียนกำหนดไว้ในแผนการพัฒนาศึกษาของโรงเรียนที่คะแนนร้อยละ 75

2. รูปแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action Research) ตามแนวคิดของ Kemmis และ McTaggart (ประสาธน์ เนืองเฉลิม, 2561) เป็นแนวทางในการดำเนินการวิจัยตามวงจร

PAOR โดยลักษณะการดำเนินการของวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการจะเริ่มต้นจากวงจรการวิจัยที่ 1 ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนหลัก 4 ขั้นตอน คือ ขั้นการวางแผน (Plan) ขั้นปฏิบัติการ (Act) ขั้นการสังเกต (Observe) และขั้นการสะท้อนผล (Reflect) จากนั้นจะเริ่มเข้าวงจรการวิจัยที่ 2 สืบต่อเนื่องกันไปจนกว่าปัญหาจะได้รับการแก้ไขปรับปรุงให้ดีขึ้นได้ตามเป้าหมายที่นักวิจัยต้องการ

3. เนื้อหาในการวิจัย

เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริซึมและทรงกระบอก ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560)

4. ระยะเวลาในการวิจัย

ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นเครื่องมือในการกระตุ้น เพื่อให้ให้นักเรียนได้ไปศึกษาค้นคว้า แสวงหา คิด วิเคราะห์ความรู้ด้วยวิธีการต่าง ๆ จากแหล่งวิทยาการที่หลากหลาย ผูกกระบวนการคิดวิเคราะห์ปัญหาด้วยตนเอง และแก้ปัญหาพร้อมกันเป็นกลุ่ม โดยครูผู้สอนเป็นเพียงผู้ให้คำแนะนำ การจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน ผู้วิจัยใช้ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานของสำนักเลขาธิการสภาการศึกษาเพราะมีขั้นตอนที่ชัดเจน และมีความน่าเชื่อถือ โดยแบ่งออกเป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

1.1 ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา ครูผู้สอนให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน จากนั้นครูผู้สอนนำปัญหามาจัดเป็นสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อให้ให้นักเรียนได้มองเห็นปัญหา กระตุ้นให้เกิดความอยากรู้ อยากเรียน และสนใจที่จะค้นหาคำตอบ

1.2 ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนในกลุ่มจะต้องร่วมกันทำการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่ออธิบายถึงข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ โดยครูผู้สอนมีบทบาทในการกระตุ้นโดยการถามคำถาม ให้นักเรียนเกิดการคิด และวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล พร้อมทั้งช่วยดูแล แนะนำ และตรวจสอบความถูกต้อง ความครอบคลุม

1.3 ขั้นที่ 3 ดำเนินการศึกษา นักเรียนในกลุ่มช่วยกันคิดหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล เงื่อนไข และสิ่งที่ปัญหาต้องการ กำหนดสิ่งที่ต้องศึกษา จากนั้นแบ่งหน้าที่แล้วดำเนินการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง โดยครูผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวก จัดหาวัสดุ เอกสาร สื่อการเรียนรู้ สื่อเทคโนโลยี และแนะนำแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ และให้กำลังใจแก่นักเรียน

1.4 ขั้นที่ 4 สังเคราะห์ความรู้ เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองมาแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันภายในกลุ่ม นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนด จากนั้นให้นักเรียนทุกคนร่วมกันแลกเปลี่ยนเรียนรู้ อภิปรายผล และสังเคราะห์ความรู้ วิธีต่าง ๆ ที่ได้มาว่ามีความถูกต้อง เหมาะสม เพียงพอต่อการนำไปใช้ตอบคำถามหรือไม่ เพราะเหตุใด โดยครูผู้สอนร่วมแลกเปลี่ยนข้อมูล ความคิดเห็นต่าง ๆ กับนักเรียนและถามคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสร้างความคิดรวบยอด

1.5 ขั้นที่ 5 สรุปและประเมินค่าของคำตอบ เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุปผลงานของกลุ่มตนเอง และประเมินผลงานของกลุ่มตนเองว่าข้อมูลที่ศึกษาค้นคว้ามีความถูกต้อง เหมาะสม และมีความเหมาะสมเหตุผลหรือไม่ โดยร่วมแสดงความคิดเห็น ตรวจสอบแนวคิดภายในกลุ่มของตนเองอย่างอิสระ จากนั้นทุกกลุ่มช่วยกันประมวลผลสรุปองค์ความรู้ในภาพรวมของปัญหาอีกครั้ง โดยครูผู้สอนคอยกระตุ้นนักเรียนให้ร่วมแสดงความคิดเห็น สรุปผลงานของกลุ่ม ตรวจสอบการประมวลผลการสร้างองค์ความรู้ใหม่และพิจารณาความเหมาะสม

1.6 ขั้นที่ 6 นำเสนอและประเมินผลงาน นักเรียนแต่ละกลุ่มนำข้อมูลที่ได้นำจัดระบบองค์ความรู้ และนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน โดยมีครูผู้สอนประเมินความถูกต้อง

2. การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการที่ใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เข้ามาเป็นอุปกรณ์ช่วยสอน โดยครูผู้สอนเตรียมใบงาน กำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ครอบคลุมและเหมาะสมกับหลักสูตร เนื้อหาและระดับชั้นของนักเรียน กำหนดขั้นตอนให้นักเรียนได้มีโอกาสทดลองปฏิบัติด้วยตนเอง แล้วจึงให้นักเรียนแลกเปลี่ยน หรือถ่ายทอดความรู้ให้ผู้อื่น โดยให้นักเรียนอภิปราย ซักถามร่วมกัน และสรุปเป็นข้อเท็จจริงจากสิ่งที่ได้โดยเริ่มจากปัญหาที่ง่ายไปยาก ให้นักเรียนสร้างรูปอื่น ๆ ที่แทนการใช้ดินสอ ไม้บรรทัด หรือไม้โปรแทรกเตอร์ การสร้างโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) นั้นจะทำได้ง่ายและรวดเร็วยิ่งขึ้น นอกจากนี้ครูควรให้นักเรียนฝึกฝน การสำรวจหาความสัมพันธ์จากรูปเรขาคณิตต่าง ๆ เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ว่าจะเกิดอะไรขึ้น หรือจะเป็นอย่างไร โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

3. การจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการจัดการเรียนการสอน หมายถึง การจัดการเรียนรู้แบบปัญหาเป็นฐานที่ใช้สื่อ GSP ช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้

3.1 ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา ครูผู้สอนให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน จากนั้นครูผู้สอนนำปัญหามาจัดเป็นสถานการณ์ต่าง ๆ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เข้ามาช่วย เพื่อให้ นักเรียนมองเห็นปัญหาชัดเจน เป็นรูปธรรมยิ่งขึ้น และกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจ อยากรู้ อยากเรียน และอยากค้นหาคำตอบ

3.2 ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนในกลุ่มจะต้องร่วมกันทำการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา เพื่ออธิบายถึงข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ โดยครูผู้สอนมีบทบาทในการกระตุ้นโดยการถามคำถาม ให้นักเรียนเกิดการคิด และวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล พร้อมทั้งช่วยดูแล แนะนำ และตรวจสอบความถูกต้อง ความครอบคลุม

3.3 ขั้นที่ 3 ดำเนินการศึกษา นักเรียนในกลุ่มช่วยกันคิด หรือใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการสำรวจหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล เงื่อนไข และสิ่งที่ปัญหาต้องการ กำหนดสิ่งที่ต้องศึกษา จากนั้นแบ่งหน้าที่แล้วดำเนินการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองจากแหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ โดยครูผู้สอนคอยให้กำลังใจแก่นักเรียน อำนวยความสะดวก แนะนำ แหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ จัดหา เอกสาร สื่อการเรียนรู้ สื่อเทคโนโลยี สื่อการเรียนรู้ที่สร้างจากโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

3.4 ขั้นที่ 4 สังเคราะห์ความรู้ เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองมาแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันภายในกลุ่ม นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนด จากนั้นให้นักเรียนทุกคนร่วมกันแลกเปลี่ยนเรียนรู้ อภิปรายผล และสังเคราะห์ความรู้ วิธีต่าง ๆ ที่ได้มาว่ามีความถูกต้อง เหมาะสม เพียงพอต่อการนำไปใช้ตอบคำถามหรือไม่ เพราะเหตุใด โดยครูผู้สอนร่วมแลกเปลี่ยนข้อมูล ความคิดเห็นต่าง ๆ กับนักเรียนและถามคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสร้างความคิดรวบยอด

3.5 ขั้นที่ 5 สรุปและประเมินค่าของคำตอบ เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุปผลงานของกลุ่มตนเอง และประเมินผลงานของกลุ่มตนเองว่าข้อมูลที่ศึกษาค้นคว้ามีความถูกต้อง เหมาะสม และมีความเหมาะสมเหตุผลหรือไม่ โดยร่วมแสดงความคิดเห็น ตรวจสอบแนวคิดภายในกลุ่มของตนเองอย่างอิสระ จากนั้นทุกกลุ่มช่วยกันประมวลผลสรุปองค์ความรู้ในภาพรวมของปัญหาอีกครั้ง โดยครูผู้สอนคอยกระตุ้นนักเรียนให้ร่วมแสดงความคิดเห็น สรุปผลงานของกลุ่ม ตรวจสอบการประมวลผลการสร้างองค์ความรู้ใหม่และพิจารณาความเหมาะสม

3.6 ขั้นที่ 6 นำเสนอและประเมินผลงาน นักเรียนแต่ละกลุ่มนำข้อมูลที่ได้มาจัดระบบองค์ความรู้ และนำเสนอเป็นผลงานโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการสร้างและนำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยมีครูผู้สอนประเมินความถูกต้อง

4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการ ยุทธวิธีและประสบการณ์เดิมไปใช้ในการแก้ปัญหาตามสถานการณ์ที่กำหนด เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา โดยอ้างอิงตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังนี้ คือ

4.1 ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจ เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ว่ามีข้อมูลและเงื่อนไขอะไร เพียงพอต่อการแก้ปัญหาหรือไม่

4.2 ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องวางแผนในการหาคำตอบ โดยอาศัยประสบการณ์เดิมที่มีอยู่เชื่อมโยงกับเงื่อนไขในโจทย์ ระบุนิเทศน์ทางคณิตศาสตร์ และวิธีการที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา

4.3 ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องลงมือแสดงวิธีการคำนวณ เพื่อให้ได้คำตอบ

4.4 ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้และนิเทศน์ทางคณิตศาสตร์ในการการพิสูจน์ หรือพิจารณาคำตอบว่ามีความถูกต้องครบถ้วน หรือมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ หากได้คำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่มีความสมเหตุสมผล สามารถหาวิธีการแก้ปัญหาใหม่และปรับปรุงคำตอบให้ถูกต้องสมเหตุสมผลได้

5. ในการประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผู้วิจัยเลือกใช้การทําแบบทดสอบข้อเขียน (Written Test) จำนวน 5 ข้อในการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนเมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทุกแผนในแต่ละวงจร และประเมินผลแบบทดสอบข้อเขียนโดยใช้วิธีการให้คะแนนแบบ Analytic Scoring ใช้เกณฑ์การประเมิน 3 ระดับ คือ 2 คะแนน 1 คะแนน และ 0 คะแนน โดยที่นักเรียนจะต้องเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาให้ครบทั้ง 4 ขั้นตอนเพื่อให้ผู้สอนทราบถึงแนวความคิด และระดับความเข้าใจของนักเรียนโดยตรง ควบคู่ไปกับการใช้แบบสังเกตพฤติกรรมแบบตรวจสอบรายการ (Check list) ในการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ระหว่างการดำเนินการจัดการเรียนการสอนในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ โดยสังเกตจากการทำงาน การทำกิจกรรมและการแก้ปัญหาต่าง ๆ ในห้องเรียน ความกระตือรือร้นในการทำงาน การแสวงหาความรู้ใหม่ ๆ การตั้งคำถามและการตอบคำถาม และใช้แบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างจำนวน 3 ข้อ ในการสัมภาษณ์นักเรียนเพื่อตรวจสอบความเข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหา ตรวจสอบความเข้าใจในเรื่องที่เรียนว่านักเรียนมีความเข้าใจหรือไม่ สามารถอธิบายงานที่นักเรียนทำได้ชัดเจนเพียงใด แก้ปัญหาอย่างไร มีรูปแบบการคิดแบบใด ตลอดจนรายละเอียดอื่น ๆ

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. การจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน
4. การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
5. การวิจัยเชิงปฏิบัติการ
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 6.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 6.2 งานวิจัยต่างประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จัดเป็น 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น

จำนวนและพีชคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง อัตราส่วน ร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตจริง แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์ นิพจน์ เหนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ลำดับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิต การนิยาม แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททาง

เรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

สถิติและความน่าจะเป็น เรียนรู้เกี่ยวกับการตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ

คุณภาพผู้เรียน

จบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนจริง ความสัมพันธ์ของจำนวนจริง สมบัติของจำนวนจริง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
4. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพหุนาม การแยกตัวประกอบของพหุนาม สมการกำลังสอง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
5. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคู่อันดับ กราฟของความสัมพันธ์ และฟังก์ชันกำลังสอง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
6. มีความรู้ความเข้าใจทางเรขาคณิตและใช้เครื่องมือ เช่น วงเวียนและเส้นตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิต ตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
7. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิตสามมิติ และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิตสามมิติ
8. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
9. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากัน ทุกประการ รูปสามเหลี่ยมคล้าย ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
10. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต และนำความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

11. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

12. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมและนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

13. มีความรู้ความเข้าใจทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และแปลความหมายข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับแผนภาพจุด แผนภาพต้น-ใบ ฮิสโทแกรม ค่ากลางของข้อมูล และแผนภาพกล่อง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ รวมทั้งสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม

14. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความน่าจะเป็นและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวนผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรมและนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ และเมทริกซ์ อธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดและนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1

ศึกษา ฝึกทักษะการคิดคำนวณ และฝึกการแก้ปัญหาในสาระ จำนวนตรรกยะ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม การนำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้ปัญหา จำนวนจริง จำนวนอตรรกยะ จำนวนจริง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนตรรกยะ การนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้ พหุนาม พหุนาม การบวก การลบ และการคูณของพหุนาม การหารพหุนาม

ด้วยเอกนามที่มีผลหารเป็นพหุนาม การแยกตัวประกอบของพหุนามการแยกตัวประกอบของพหุนาม
ดิกรีสองโดยใช้สมบัติการแจกแจง กำลังสองสมบูรณ์ ผลต่างกำลังสอง การแปลงทางเรขาคณิต
การเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน การนำความรู้เกี่ยวกับการแปลง ทางเรขาคณิตไปใช้ในการ
แก้ปัญหา ความเท่ากันทุกประการ ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม การนำความรู้เกี่ยวกับ
ความเท่ากันทุกประการไปใช้ในการแก้ปัญหา

โดยใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสมให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ
และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ
ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ
มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

เพื่อให้เกิด ความรู้ ความคิด ความเข้าใจ สามารถนำเสนอ สื่อสารสิ่งที่เรียนรู้ รู้จักการ
แก้ปัญหา เห็นคุณค่าของการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน มีคุณธรรมจริยธรรม มีค่านิยมที่
พึงประสงค์ คือ การทำงานอย่างมีระบบ ระเบียบ มีความรับผิดชอบ มีความเชื่อมั่นในตนเอง
พร้อมตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.2/1, ม.2/2

ค 1.2 ม.2/1, ม.2/2

ค 2.2 ม.2/3, ม.2/4

รวม 3 มาตรฐาน 6 ตัวชี้วัด

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

รุ่งฟ้า จันทจักรุณ (2554) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า
ปัญหาทางคณิตศาสตร์หมายถึงสถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหา
คำตอบโดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2554) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า
ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถสรุปได้เป็นข้อ ๆ ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือ
จำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล

2. เป็นสถานการณ์ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อนไม่สามารถหาคำตอบได้โดยทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะ ความรู้ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา และเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีตอาจไม่เป็นปัญหาของบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที ถ้าเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนรู้วิธีการหาคำตอบหรือรู้คำตอบทันที สถานการณ์นั้นก็ไม่ใช่ปัญหาอีกต่อไป ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนคนหนึ่งอาจไม่ใช่ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนอีกคนหนึ่งก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับประสบการณ์และพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ต้องการหาคำตอบโดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที แต่ถ้าเป็นสถานการณ์ที่ผู้เรียนรู้วิธีการหาคำตอบหรือรู้คำตอบทันทีสถานการณ์นั้นจะไม่ใช่ปัญหาอีกต่อไป

2. ความหมายของการแก้ปัญหา

Polya (1980) ได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาไว้ว่า การแก้ปัญหาเป็นการหาวิธีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นวิธีการที่จะนำสิ่งยุ่งยากออกไปหาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะได้ข้อลงเอย หรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้มิได้เกิดขึ้นได้อย่างทันทีทันใด

Krulik และ Reys Taggart (1980 อ้างอิงมาจาก อัมพร ม้าคนอง, 2553) ได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาไว้ว่า การแก้ปัญหาเป็นการทำงานที่ใช้กระบวนการที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหาเป็นทั้งทักษะ (Skill) ซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหา และกระบวนการ (Process) ซึ่งเป็นวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่มีการวิเคราะห์และวางแผนโดยมีการใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบ

อัมพร ม้าคนอง (2554) ได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาไว้ว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนแล้วเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะ และความสามารถหลายอย่าง เช่น ความรู้ในเนื้อหา ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการทำงาน ทักษะการคิด และความสามารถในการประเมิน

การทำงานของตนเอง นอกจากนี้ยังเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ เจตคติ และความเชื่อของผู้แก้ปัญหาด้วย

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2554) ได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาไว้ว่า การแก้ปัญหาเป็นการหาวิธีเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปความหมายของการแก้ปัญหาได้ว่า การแก้ปัญหา หมายถึง การหาวิธีการเพื่อหาคำตอบของปัญหา โดยผู้แก้ปัญหจะต้องใช้ความรู้ ทักษะ ประสบการณ์ เทคนิค และความสามารถหลายอย่างมาประมวลเข้าด้วยกันเพื่อให้ได้ข้อสรุปหรือคำตอบของปัญหาที่ชัดเจน

3. ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

เบล (Bell, 1978 อ้างอิงมาจาก ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2554) ได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพิจารณาแล้วว่าเป็นปัญหาโดยบุคคลผู้หาคำตอบ

อุษาวดี จันทรสนธิ (2554) ได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนวิธี และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (เช่น การคำนวณ การวัด การประมาณค่า การสร้าง) กระบวนการคิดแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่ผู้เรียนมีอยู่แล้วไปใช้ค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการหาคำตอบของสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์เดิมของผู้เรียนไปใช้ในการหาคำตอบ

4. ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

พินิจ ศรีจันทร์ดี (2530) ได้กล่าวถึงความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในด้านการตีความหมายของปัญหา สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของปัญหา รู้กระบวนการและขั้นตอนต่าง ๆ ในการแก้ปัญหานั้นสามารถหาผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้อง

อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้กล่าวถึงความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน หมายถึง ความสามารถดังต่อไปนี้

1. ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา และวิเคราะห์แนวทางในการแก้ปัญหา
2. ประเมินกระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้ว่าเหมาะสมและมีประสิทธิภาพเพียงใด และประเมินความสมเหตุสมผลหรือความถูกต้องของคำตอบที่ได้
3. พิสูจน์และแปลความหมายผลที่ได้จากการแก้ปัญหาโดยคำนึงถึงปัญหาดั้งเดิม
4. พัฒนาและใช้กลวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยเน้นปัญหาหลายขั้นตอนและปัญหาที่ไม่คุ้นเคย
5. ปรับเปลี่ยนและขยายความเกี่ยวกับการแก้ปัญหา ใช้แนวคิดในการหาคำตอบ และกลวิธีแก้ปัญหากับปัญหาใหม่
6. บูรณาการกลวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทั้งในและนอกห้องเรียน
7. สร้างปัญหาและสถานการณ์จากชีวิตประจำวัน ทั้งในและนอกห้องเรียน และตระหนักถึงความสำคัญของปัญหาเหล่านั้น
8. ใช้กระบวนการสร้างแบบจำลองหรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง
9. มีความมั่นใจในการใช้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าวถึงความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการประยุกต์ความรู้ ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลวิธีและยุทธวิธีการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหาที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และต้องใช้การคิดที่หลากหลาย เช่น คิดวิเคราะห์ คิดเชื่อมโยง คิดเชิงตรรกะเพื่อหาแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการ ยุทธวิธีและประสบการณ์เดิมไปใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา

5. องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2544) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ประสบการณ์ เช่น สิ่งแวดล้อมรอบ ๆ ตัวพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ วิธีการแก้ปัญหาที่คุ้นเคย ลักษณะของโจทย์ปัญหาที่คุ้นเคย อายุ

2. จิตพิสัย เช่น ความสนใจ ความตั้งใจ ความอดทน ความกระตือรือร้น ความกล้า แต่นักเรียนรู้สึกจำเป็นต้องทำ ความพยายาม

3. สติปัญญา เช่น ความสามารถทางการอ่าน ความสามารถในการให้เหตุผล ความจำ ความสามารถในการคิดคำนวณ ความสามารถในการวิเคราะห์ ความสามารถในการมองภาพ 3 มิติ

ผู้เรียนบางคนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ เนื่องจากไม่มีความรู้พื้นฐานในเรื่องนั้นขาดความกระตือรือร้น มีความเครียดสูง ไม่คุ้นเคยกับปัญหาลักษณะนั้น นอกจากนี้คนสองคนอาจจะคิดได้คำตอบที่เหมือนกัน แต่วิธีการคิดแตกต่างกัน ในการแก้ปัญหาจึงเป็นสิ่งที่ยากที่จะตัดสินใจว่าวิธีการใดดีที่สุด ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับลักษณะของปัญหานั้น

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2554) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่จะกล่าวต่อไปนี้จะเน้นองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับนักเรียนซึ่งจะได้เป็นผู้ได้รับการพัฒนาให้มีทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา องค์ประกอบสำคัญที่ควรกล่าวถึง ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่าน และการฟัง เนื่องจากนักเรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่านและการฟัง แต่ปัญหาส่วนใหญ่มักอยู่ในรูปข้อความที่เป็นตัวอักษร เมื่อพบปัญหา นักเรียนจะต้องอ่านและทำความเข้าใจ โดยสามารถแยกประเด็นที่สำคัญ ๆ ของปัญหาออกมาให้ได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งต้องแยกแยะให้ได้ว่าปัญหากำหนดอะไรให้บ้างและปัญหาต้องการให้หาอะไร มีข้อมูลใดบ้างที่จำเป็นและไม่จำเป็นในการแก้ปัญหา การทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องอาศัยองค์ความรู้เกี่ยวกับศัพท์ นิยาม มโนคติ และข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ซึ่งแสดงถึงศักยภาพทางสมองของนักเรียนในการระลึกถึงและความสามารถนาเชื่อมโยงกับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ ปัจจัยสำคัญอีกประการหนึ่งที่จะช่วยให้การทำความเข้าใจปัญหาเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ คือ การรู้จักเลือกกลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญ การแบ่งวรรคตอน การจดบันทึกเพื่อแยกแยะประเด็นสำคัญ การเขียนภาพหรือแผนภูมิ การสร้างแบบจำลอง การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา การเขียนปัญหาใหม่ด้วยคำพูดของตนเอง

2. ทักษะในการแก้ปัญหา ทักษะเกิดขึ้นจากกรฝึกฝนทำอยู่บ่อย ๆ จนเกิดความชำนาญ เมื่อนักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ นักเรียนจะมีโอกาสได้พบปัญหาต่าง ๆ หลายรูปแบบ ซึ่งอาจจะมีการสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกันหรือแตกต่างกัน นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา เมื่อเผชิญกับปัญหาใหม่ก็จะสามารถนำ

ประสบการณ์เดิมมาเทียบเคียง พิจารณาว่าปัญหาใหม่นั้นมีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่ตนเองคุ้นเคย มาก่อนบ้างหรือไม่ ปัญหาใหม่นั้นสามารถแยกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่มีโครงสร้างของปัญหาล้ายคลึง กับปัญหาที่เคยแก้มาแล้วหรือไม่ สามารถใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหาใหม่นี้ได้บ้าง นักเรียนที่มีทักษะ ในการแก้ปัญหจะสามารถวางแผน เพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว เหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล หลังจาก ที่นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนในการแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ขั้นตอนต่อไปคือการลงมือ ปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ซึ่งในขั้นตอนนี้ปัญหาบางปัญหาจะต้องใช้การคิดคำนวณและในบางปัญหา จะต้องใช้กระบวนการให้เหตุผล การคำนวณนับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการแก้ปัญหา เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างแจ่มชัด และวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้องการแก้ปัญหานั้นก็ถือว่าไม่ประสบความสำเร็จ นักเรียนจะต้องได้รับการฝึกฝนให้มีความสามารถในการคิดคำนวณมาตั้งแต่ระดับประถมศึกษา โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะการคิดคำนวณพื้นฐาน ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ และการหาร ถ้านักเรียนได้รับการฝึกฝนมาอย่างไม่ดีพอย่อมเป็นปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์ทั่ว ๆ ไป ไม่เฉพาะแต่การเรียนการแก้ปัญหาเท่านั้น สำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายเหตุผล นักเรียนจะต้อง อาศัยทักษะพื้นฐานในการเขียนและการพูด นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ ความหมายของการพิสูจน์ และวิธีพิสูจน์แบบต่าง ๆ เท่าที่จำเป็นและเพียงพอในการ นำไปใช้แก้ปัญหาในแต่ละระดับชั้น

4. แรงขับ เนื่องจากการแก้ปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ซึ่งผู้แก้ปัญหา ไม่คุ้นเคย และไม่สามารถหาวิธีการค้นหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ผู้แก้ปัญหจะต้องคิดวิเคราะห์อย่าง เต็มที่เพื่อที่จะให้ได้คำตอบ นักเรียนผู้แก้ปัญหจะต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้ เกิดขึ้นจากปัจจัยต่าง ๆ เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจน ความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งปัจจัยต่าง ๆ เหล่านี้จะต้องใช้ระยะเวลายาวนานในการปลูกฝังให้ เกิดขึ้นในตัวนักเรียนโดยผ่านทางกิจกรรมต่าง ๆ ในการเรียนการสอน

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาก็จะต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด ไม่ยึดติดในรูปแบบ ที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถใน การปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหาโดยบูรณาการความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา ตลอดจนแรงขับที่มีอยู่เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างเป็นองค์ความรู้ที่สามารถปรับ ใช้เพื่อแก้ปัญหาใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

รุ่งฟ้า จันทจักรภรณ์ (2554) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการ แก้ปัญหาไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องอาศัยองค์ประกอบหลายอย่างเพื่อช่วยให้การ

แก้ปัญหาประสบความสำเร็จ องค์ประกอบที่มีอิทธิพลในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำแนกได้เป็น 2 ประการ ดังนี้

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับตัวผู้แก้ปัญหา ประกอบด้วย
 - 1.1 ความรู้ ความคิด และประสบการณ์
 - 1.2 ระดับสติปัญญาและความสามารถ
 - 1.3 การรับรู้และการสังเคราะห์ความคิด
 - 1.4 ทักษะ และความรู้พื้นฐานต่าง ๆ เช่น ทักษะการอ่าน การดำเนินการและทักษะทางคณิตศาสตร์
 - 1.5 ความรู้สึก ความต้องการที่จะแก้ปัญหา ความเชื่อ และเจตคติที่ดีต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 1.6 ความมั่นใจในตนเองที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. องค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ประกอบด้วย
 - 2.1 บรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา
 - 2.2 วิธีการพัฒนาที่ส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหา
 - 2.3 มีเวลาพัฒนาอย่างเพียงพอและได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง
 - 2.4 สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนา เป็นปัญหาที่ดี ก่อให้เกิดการเรียนรู้และพัฒนาทักษะต่าง ๆ เป็นปัญหาที่น่าสนใจ ท้าทายความสามารถและเหมาะสมกับวัย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการ ดังนี้

 1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ ความเข้าใจที่มีอยู่มาใช้แปล ตีความ หรือวิเคราะห์ เพื่อให้มีความเข้าใจในปัญหา รวมถึงการเลือกใช้เทคนิคหรือกลวิธีที่จะช่วยทำให้ปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น ซึ่งจะนำไปสู่แนวทางในการหาคำตอบ
 2. ความรู้พื้นฐาน ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนมีอยู่เป็นสิ่งสำคัญที่ทำให้ผู้เรียนคิดและหาวิธีแก้ปัญหา ผู้เรียนที่มีความรู้พื้นฐานดี จะสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่มีไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลายและมีประสิทธิภาพ
 3. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ผู้เรียนที่มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามักสามารถระลึกถึงขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหา รวมถึงกลวิธีแก้ปัญหาได้หลากหลายทำให้สามารถตัดสินใจเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพได้อย่างรวดเร็ว

4. เจตคติต่อการแก้ปัญหา ผู้เรียนที่มีเจตคติที่ดีต่อการแก้ปัญหาก็มีความพยายามและความอดทนในการแก้ปัญหา ซึ่งในกระบวนการแก้ปัญหานั้น ไม่ว่าจะได้อะไรหรือไม่ ผู้เรียนจะได้เรียนรู้ และพัฒนาประสบการณ์จากการคิดและการทำงานเพื่อแก้ปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาได้ว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหามีหลายองค์ประกอบ ทั้งที่เกี่ยวกับตัวผู้เรียน เช่น สติปัญญา ความรู้พื้นฐาน ทักษะในการแก้ปัญหา ความสามารถในการคิดคำนวณ เจตคติของผู้เรียนที่มีต่อการแก้ปัญหา และองค์ประกอบที่เกี่ยวกับสภาพแวดล้อม เช่น บรรยากาศและสถานการณ์ปัญหา

6. แนวทางในการส่งเสริมการเรียนรู้การสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ
 สุร กาญจนมยุร (2535) ได้กล่าวถึงแนวทางในการส่งเสริมการเรียนรู้การสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพไว้ว่า ครูผู้สอนจะต้องฝึกนักเรียนให้มีความสามารถในเรื่องต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. ภาษา ได้แก่

1.1 ทักษะการอ่าน หมายถึง อ่านได้คล่อง ชัดเจน รู้จักแบ่งวรรคตอนได้ถูกต้อง ไม่ว่าจะอ่านในใจ อ่านออกเสียง

1.2 ทักษะการเก็บใจความ หมายถึง เมื่ออ่านข้อความของโจทย์ปัญหาแล้ว สามารถแบ่งข้อความโจทย์ได้ว่า ตอนใดเป็นข้อความของสิ่งที่กำหนดให้ และข้อความใดเป็นสิ่งที่โจทย์ถามหรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

1.3 รู้จักเลือกใช้ความหมายของคำ ถูกต้องตามเจตนาของโจทย์ปัญหา ฉะนั้นผู้สอนจำเป็นต้องอธิบายความหมายของคำต่างๆ ให้นักเรียนทราบอย่างชัดเจนตลอดเวลาที่สอนคำใหม่ และทบทวนความหมายของคำที่เรียนไปแล้วเสมอ

2. ความเข้าใจ

2.1 ทักษะจับใจความ กล่าวคือ อ่านโจทย์ปัญหาหลาย ๆ ครั้งแล้ว สามารถจับใจความได้ว่าเรื่องอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง โจทย์ต้องการทราบอะไร

2.2 ทักษะตีความ กล่าวคือ อ่านโจทย์ปัญหาแล้วสามารถตีความ และแปลความได้ เช่น แปลความในโจทย์มาเป็นประโยคสัญลักษณ์ การบวก การลบ การคูณ การหารได้

2.3 ทักษะแปลความ กล่าวคือ จากประโยคสัญลักษณ์ที่แปลความมาจากโจทย์ปัญหานั้นสามารถสร้างโจทย์ปัญหาใหม่ในลักษณะเดียวกันได้อีกหลายปัญหา

3. การคิดคำนวณ ได้แก่

3.1 ทักษะการบวกจำนวน

3.2 ทักษะการลบจำนวน

3.3 ทักษะการคูณจำนวน

3.4 ทักษะการหารจำนวน

3.5 ทักษะการยกกำลัง

3.6 ทักษะการแก้สมการ

ซึ่งนักเรียนต้องมีทักษะต่าง ๆ ดังกล่าวนี้อย่างดี กล่าวคือ สามารถบวกจำนวนได้ถูกต้อง ลบจำนวนได้แม่นยำ และคูณ หาร ยกกำลังจำนวนต่างๆ ได้รวดเร็ว

4. การย่อความและสรุปความได้ครบถ้วนชัดเจน กล่าวคือ ชั้นแสดงวิธีทำ นักเรียนจำเป็นต้องฝึกทักษะต่อไปนี้ คือ

4.1 ทักษะในการย่อความ เพื่อเขียนข้อความจากโจทย์ปัญหาในลักษณะย่อความ ด้ร้ดกุ่ม ชัดเจน ครบถ้วนตามประเด็นสำคัญ

4.2 ทักษะในการสรุปความ หมายถึง สามารถสรุปความจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาเป็นความรู้ใหม่ได้ถูกต้อง เช่น น้องสาวมีอายุ 5 ขวบ พี่สาวมีอายุมากกว่าน้อง 2 ขวบ นักเรียนต้องฝึกการสรุปความใหม่ให้ได้ว่า พี่สาวมีอายุ $5 + 2 = 7$ ขวบทันที และสามารถเขียนแสดงวิธีทำได้ทุกบรรทัดอย่างชัดเจน ด้ร้ดกุ่ม และสื่อความหมายแก่ผู้ตรวจสอบการแสดงวิธีทำนั้น

5. ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ได้แก่

5.1 ฝึกทักษะตามตัวอย่าง

5.2 ฝึกทักษะจากการแปลความ

5.3 ฝึกทักษะจากหนังสือเรียน

สิริพร ทิพย์คง (2544) ได้กล่าวถึงแนวทางในการส่งเสริมการเรียนรู้การสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพไว้ว่า แนวทางการส่งเสริมการเรียนรู้การสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ ครูมีหน้าที่ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจ และเป็นปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้นมาใช้สอนนักเรียน

2. ควรตรวจสอบดูว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงพอหรือไม่ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ถ้าไม่เพียงพอแล้วครูจะต้องสอนเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่เคยเรียนไปแล้ว

3. ควรให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิดแก้ปัญหา

4. ควรให้แบบฝึกที่มีข้อยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้นักเรียน

5. ควรทดสอบดูว่านักเรียนเข้าใจปัญหาในข้อนั้น ๆ หรือไม่ โดยการถามว่าโจทย์ถามอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้

6. ควรฝึกให้นักเรียนรู้จักหาคำตอบ โดยการประมาณ ก่อนที่จะคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

7. ควรช่วยนักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของปัญหา โดยแนะนำให้วาดภาพหรือเขียนแผนผัง ในกรณีที่ไม่สามารถแก้ปัญหาก็ได้

8. ควรช่วยนักเรียนในการคิดแก้ปัญห เช่น การถามว่าเคยแก้ปัญหานี้หรือปัญหาที่มีลักษณะคล้ายข้อนี้มาก่อนหรือไม่ ลองแยกแยะปัญหาข้อนั้น ๆ ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ

9. ควรให้นักเรียนคิดหาวิธีการอื่น ๆ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ รวมทั้งสนับสนุนให้ตอบวิธีการคิดและทำในการแก้ปัญหานั้น ๆ ตลอดจนให้ทบทวนวิธีการคิดแก้ปัญหแต่ละขั้นตอน

10. ควรให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหเป็นกลุ่มย่อย ๆ หรือให้นำปัญหามาเอง เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้กล่าวถึงแนวทางในการส่งเสริมการเรียนการสอนการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพไว้ว่า แนวทางในการส่งเสริมการเรียนการสอนการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพสามารถสรุปเป็น 3 แนวทาง ดังนี้

1. การสอนผ่านการแก้ปัญห (Teaching Via Problem Solving) เป็นการสอนความรู้หรือพัฒนาทักษะใด ๆ โดยใช้ปัญหาเป็นสื่อหรือเครื่องมือในการเรียนรู้ เช่น การให้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนวิเคราะห์ แก้ปัญหา และเรียนรู้สิ่งใหม่

2. การสอนให้แก้ปัญห (Teaching for Problem Solving) เป็นการสอนที่เน้นการฝึกให้ผู้เรียนใช้กระบวนการแก้ปัญหากับปัญหาที่หลากหลายและมีโครงสร้างแตกต่างกัน เพื่อให้เกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากพอที่จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้

3. การสอนกระบวนการแก้ปัญห (Teaching about Problem Solving) เป็นการสอนให้ผู้เรียนเข้าใจและเรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญห เทคนิค และกลวิธีแก้ปัญห เช่น การสอนกระบวนการแก้ปัญหของ Polya กระบวนการแก้ปัญห DAPIC ที่บูรณาการกระบวนการแก้ปัญหทางวิทยาศาสตร์กับคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปแนวทางในการส่งเสริมการเรียนการสอนการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพได้ว่า แนวทางในการส่งเสริมการเรียนการสอนการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพนั้นจะต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกคิดและพัฒนาทักษะในด้านต่าง ๆ เช่น ด้านภาษา การตีความ การจับใจความ และทักษะการคิดคำนวณ โดยครูผู้สอนจะต้องคอยสนับสนุนและกระตุ้นผู้เรียน รวมถึงการสอนให้ผู้เรียนเข้าใจและได้เรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญห เทคนิค ยุทธวิธี และฝึกให้ผู้เรียนใช้กระบวนการแก้ปัญหเพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหต่อไป

7. ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

Kutz (1991 อ้างอิงมาจาก สิริพร ทิพย์คง, 2544) ได้กล่าวถึงประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็นประเภทใหญ่ ๆ 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่พบเห็นทั่วไปหรือโจทย์ปัญหา (Routine or Word Problem Solving) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนผู้แก้ปัญหาที่มีความคุ้นเคยกับโครงสร้าง ลักษณะของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหา เช่น แอปเปิ้ลราคาผลละ 12 บาท ถ้าต้องการซื้อแอปเปิ้ล 8 ผล จะต้องจ่ายเงินเท่าไร

2. ปัญหาที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อน (None-routine Problem Solving) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาจะต้องประมวลความรู้ ความคิดรวบยอด และหลักการต่าง ๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

2.1 ปัญหากระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้กระบวนการคิดอย่างมีลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา เช่น กำหนดเลขโดด 5, 6, 7, 8, 9 ใส่เลขโดดลงใน $\square\square\square \times \square\square$ อย่างไร ให้ได้ผลคูณที่มีค่ามากที่สุด โดยเลขโดดแต่ละตัวที่นำมาคูณต้องไม่ซ้ำกัน

2.2 ปัญหาในรูปปริศนา (Puzzle Problem) เป็นปัญหาที่ท้าทายและสนุกสนาน อุซาวดี จันทรสนธิ (2554) ได้กล่าวถึงประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้แบ่งออกเป็นประเภทต่าง ๆ โดยพิจารณาจากเกณฑ์ต่อไปนี้

1. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหา

1.1 ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine Problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยกับโครงสร้างและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเหล่านั้นมักพบเห็นเป็นกิจวัตรในโรงเรียนและเมื่อเผชิญปัญหา ก็สามารถแก้ปัญหาเหล่านั้นได้ทันที ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน

1.2 ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (None-routine Problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่มีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและยุทธวิธีในการแก้ปัญหา มักไม่ค่อยพบบ่อยในโรงเรียน ซึ่งเมื่อต้องเผชิญปัญหาเหล่านั้น นักเรียนต้องประมวลความรู้ ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันจึงจะแก้ปัญหาได้ ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน เนื่องจากปัญหาที่ไม่คุ้นเคยเป็นปัญหาที่นักเรียนยังไม่มีวิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของปัญหานั้นในทันที เลยทำให้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยถูกนำมาใช้ในการประเมินกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน

2. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา

2.1 ปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบ (Problem to Find an Answer) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาคำตอบหรือตัวที่ไม่ทราบค่าซึ่งคำตอบมักอยู่ในรูปปริมาณ หรือให้หาวิธีการและคำอธิบายเหตุผล เช่น จงหาคำตอบของสมการ $x^2 - 1 = 0$

2.2 ปัญหาที่ให้พิสูจน์ (Problem to Prove) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนแสดงเหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ เช่น จงพิสูจน์ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

3. พิจารณาจากลักษณะของปัญหา

3.1 ปัญหาขั้นตอนเดียวหรือปัญหาข้อความอย่างง่าย เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความในปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ปัญหาประเภทนี้มักเป็นปัญหาที่มีขั้นตอนเดียว และนักเรียนเคยเห็นมาก่อนในการเรียนการสอนปกติ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามักเป็นการเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Operation)

3.2 ปัญหาหลายขั้นตอน หรือปัญหาข้อความที่ซับซ้อน เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความในปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ หรือดำเนินการทางคณิตศาสตร์เช่นกัน แต่เป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 ขั้นตอน ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามักเป็นการเลือกดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย (Mathematical Operations)

3.3 ปัญหาปลายเปิด เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนสร้างคำถามขึ้นมาเอง ปัญหาปลายเปิดมักจะมีคำตอบที่เปิดกว้างและเป็นไปได้หลายคำตอบ หรือมีวิธีการหรือแนวทางการทำได้หลายวิธี ทั้งนี้ ขึ้นอยู่กับสภาวะแวดล้อมและวิธีการแก้ปัญห ปัญหาประเภทนี้จะให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหามากกว่าคำตอบ ซึ่งทำให้นักเรียนต้องหาคำตอบของปัญหา และต้องอธิบายและแสดงวิธีการได้มาของคำตอบด้วย

3.4 ปัญหาที่เป็นกระบวนการ เป็นปัญหาที่ไม่สามารถเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์หรือข้อความดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ในทันที นักเรียนต้องค้นหาขั้นตอนและยุทธวิธีในการหาคำตอบก่อน เช่น การวาดรูป การสร้างตาราง หรือการแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา

3.5 ปัญหาการประยุกต์ หรือปัญหาสถานการณ์ เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนใช้ข้อเท็จจริง ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ได้กำหนดไว้ในปัญหามาช่วยแก้ปัญห ส่วนใหญ่มักเป็นปัญหาในชีวิตจริง (Real Life Problems) ซึ่งต้องอาศัยกระบวนการ/วิธีการทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการหาคำตอบ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบข้อมูล ประมวลผล/แปลผลข้อมูล และการตัดสินใจ

3.6 ปัญหาปริศนา เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ เชี่ยวชาญ และความเฉียบคมมาช่วยแก้ปัญห ซึ่งบางครั้งอาจไม่จำเป็นต้องใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญห บางครั้งก็ต้องใช้เทคนิคเฉพาะ ปัญหาประเภทนี้เป็นปัญหาที่มองได้หลายแง่มุมและมักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ซึ่งผู้มีความรู้การแก้ปัญหามักจะแก้ปัญหานั้นได้ดี

Polya (1973 อ้างอิงมาจาก ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2554) ได้กล่าวถึงประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) อาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือเชิงปฏิบัติก็ได้ เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาคำตอบที่ต้องการ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน เป็นปัญหาให้หาวิธีการหรือหาเหตุผลก็ได้

ปัญหาให้ค้นหามีส่วนสำคัญแบ่งได้เป็น 3 ส่วนคือ

1. สิ่งที่ต้องการหา
2. สิ่งที่กำหนดให้
3. เงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้

ตัวอย่างของปัญหาให้ค้นหา เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีเส้นรอบรูปยาว 52 เซนติเมตร จะมีพื้นที่เท่าไร ปัญหานี้เป็นปัญหาให้ค้นหา สามารถแยกส่วนสำคัญได้ดังนี้

สิ่งที่ต้องการหา : พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

สิ่งที่กำหนดให้ : ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาว 52 เซนติเมตร

เงื่อนไข :

1. ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเท่ากับ 4 เท่าของความยาวด้าน
2. พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเท่ากับ ความยาวด้าน $\times$ ความยาวด้าน

สิ่งที่เงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้ในบางปัญหา

อาจไม่ได้ระบุอย่างชัดเจนในตัวปัญหา ผู้แก้ปัญหามustใช้ความรู้และประสบการณ์ของตนเองมา กำหนดเงื่อนไขนี้ การแยกส่วนสำคัญของปัญหาออกเป็น 3 ส่วน ดังกล่าวนี จะช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาดีขึ้น ทำให้สามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาก็ได้

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) ปัญหาประเภทนี้มีจุดประสงค์ให้แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ ปัญหาให้พิสูจน์ส่วนใหญ่จะอยู่ในรูป “ถ้า p แล้ว q”

ส่วนสำคัญของปัญหาให้พิสูจน์สามารถแบ่งออกได้ 2 ส่วน คือ

1. สิ่งที่ต้องกำหนดให้ หรือสมมติฐาน
2. สิ่งที่ต้องพิสูจน์หรือผลสรุป

ตัวอย่างของปัญหาให้พิสูจน์ เช่น จงพิสูจน์ว่าผลคูณของจำนวนนับ 3 จำนวน ที่เรียงติดต่อกันหารด้วย 3 ลงตัว เป็นปัญหาให้พิสูจน์ว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง สามารถแยกส่วนสำคัญของปัญหาได้ดังนี้

สิ่งที่กำหนดให้ : จำนวนนับสามจำนวนที่อยู่เรียงกัน สมมติว่าเป็น n , $n+1$ และ $n+2$ เมื่อ n เป็นจำนวนนับใด ๆ

สิ่งที่ต้องพิสูจน์ : $n(n+1)(n+2)$ หารด้วย 3 ลงตัว

การแยกส่วนสำคัญของปัญหาให้พิสูจน์ช่วยให้ปัญหามีความชัดเจนขึ้น สามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาก็พิสูจน์ได้รวดเร็วขึ้น

การแบ่งปัญหาเป็น 2 ประเภท มีประโยชน์ในการกำหนดประเด็นต่าง ๆ ในการศึกษาเกี่ยวกับการแก้ปัญห แต่ปัญหบางปัญหาอาจมีรูปแบบทั้ง 2 รูปแบบ อยู่ในปัญหาเดียวกัน เช่น ปัญหาให้ค้นหาบางปัญหาเมื่อค้นหาคำตอบได้แล้วอาจต้องมีการพิสูจน์เพื่อยืนยันว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้องหรือเป็นจริงในกรณีทั่วไป

ตัวอย่างของปัญหาที่มีรูปแบบทั้ง 2 รูปแบบ เช่น ผลบวกของเลขโดดของจำนวนนับที่หารด้วย 9 ลงตัว มีสมบัติอย่างไร เป็นปัญหาให้ค้นหา สามารถแยกส่วนสำคัญได้ดังนี้

สิ่งที่ต้องการหา : สมบัติของผลบวกของเลขโดดของจำนวนนับที่หารด้วย 9 ลงตัว

สิ่งที่กำหนดให้ : จำนวนนับที่หารด้วย 9 ลงตัว

เงื่อนไข : จำนวนนับ n ใด ๆ ซึ่ง $n = a_m a_{m-1} \dots a_2 a_1 a_0$ สามารถเขียนในรูปกระจาย $n = a_m 10^m + a_{m-1} 10^{m-1} + \dots + a_2 10^2 + a_1 10 + a_0$

เมื่อ $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$ เป็นเลขโดดของจำนวนนับ n

ในการแก้ปัญหานี้ ผู้แก้ปัญหอาจใช้วิธีการสังเกตจากตัวอย่างจำนวนนับที่หารด้วย 9 ลงตัว เช่น 18, 36, 873, 5688 และพบว่า ผลบวกของเลขโดดของจำนวนนับเหล่านี้คือ $1 + 8 = 9$, $3 + 6 = 9$, $8 + 7 + 3 = 18$, $5 + 6 + 8 + 8 = 27$ หารด้วย 9 ลงตัว แต่จากการจะสรุปว่าผลบวกของเลขโดดของจำนวนนับที่หารด้วย 9 ลงตัว จะหารด้วย 9 ลงตัวนั้นยังไม่มีเหตุผลเพียงพอ จะต้องใช้การพิสูจน์เข้าช่วยเพื่อยืนยันว่า ผลบวกของเลขโดดของจำนวนของจำนวนนับใด ๆ ที่หารด้วย 9 ลงตัว จะหารด้วย 9 ลงตัว

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ว่า ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งได้หลายประเภท โดยขึ้นอยู่กับเกณฑ์การพิจารณา โดยในงานวิจัยเล่มนี้ ผู้วิจัยใช้ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา คือ ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาคำตอบที่ต้องการ อาจอยู่ในรูปปริมาณจำนวน หรือหาเหตุผลก็ได้ ซึ่งสอดคล้องกับ ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Polya (1973 อ้างอิงมาจาก ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2554)

8. กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Polya (1957) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาไว้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นที่เชื่อถือและที่ยอมรับกันโดยทั่วไปคือ กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา โดยกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยามี 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) มีความเข้าใจในปัญหาอย่างกระจ่างแจ้งว่ามีปัญหาอะไร มีข้อมูลใดมาเกี่ยวข้องกับปัญหานั้น สามารถระบุได้ว่าปัญหานั้นเป็นปัญหาให้ค้นหาหรือปัญหาให้พิสูจน์ พร้อมทั้งแยกส่วนสำคัญของปัญหาออกได้ โดยเฉพาะส่วนที่เป็นปัญหาที่ต้องการและส่วนที่ปัญหากำหนดให้ คือ สามารถบอกได้ว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการหา โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง โจทย์กำหนดเงื่อนไขอะไรให้ และสามารถวาดภาพประกอบคำอธิบายโจทย์ปัญหาอย่างเหมาะสม

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) ต้องอาศัยข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการวางแผน อาจใช้การทดลอง ลองผิดลองถูก ค้นหาแบบรูปที่คล้ายกับสิ่งที่เคยทำมาโดยผู้แก้ปัญหา ต้องพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในปัญหา ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมในการแก้ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่ กำหนดเป็นวิธีการและเทคนิคในการแก้ปัญหา อาจเลือกใช้วิธีการใดวิธีการหนึ่งในการแก้ปัญหา อาทิ พยายามแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องก่อน เดาและทดสอบ ใช้ตัวแปร ใช้เหตุผลโดยตรง และโดยอ้อม สร้างตาราง แก่สมการ ค้นหาสูตร ทดลองสร้างสถานการณ์จำลอง และเปลี่ยนโจทย์จากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) ดำเนินการตามแผนโดยใช้ทักษะที่เคยเรียนรู้มาลงมือกระทำตามแผน รวมถึงการเขียนอธิบายจนกระทั่งได้คำตอบหรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่ ถ้าแก้ปัญหาไม่สำเร็จตามแผนที่วางไว้ ต้องหาสาเหตุและใช้ประโยชน์จากความผิดพลาดครั้งแรก ๆ ในการแก้ปัญหาลำดับใหม่ซึ่งจะนำไปสู่ความสำเร็จ โดยผู้แก้ปัญหามองไม่กลัวการเริ่มต้นใหม่ และเริ่มแก้ปัญหาโดยคำนวณตามแนวทางที่วางไว้ในขั้นที่ 2 ซึ่งอาจใช้วิธีการประมาณค่าได้สำเร็จ

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back) คือ การพิจารณาว่าการแก้ปัญหานั้น ๆ ได้เรียบร้อยครบถ้วนทุกกรณีที่เป็นไปได้หรือไม่ คำตอบที่ได้เป็นสิ่งที่เป็นไปได้หรือไม่อย่างไร โดยการตรวจสอบหรือการมองย้อนกลับ นอกจากจะช่วยให้พบข้อบกพร่องที่อาจมีอยู่เพื่อปรับปรุงแก้ไขให้ดียิ่งขึ้นแล้ว ยังช่วยให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาทั้งกระบวนการให้ดีขึ้น เกิดความคิดในการพัฒนากระบวนการแก้ปัญหาให้ดีขึ้นกว่าเดิม สามารถขยายวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ให้กว้างขวางขึ้นกว่าเดิม โดยพิจารณาว่าคำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่ ถ้าไม่ถูกต้องก็ปรับปรุงคำตอบให้ถูกต้อง มองหาวิธีแก้ปัญหาที่ดีกว่า สั้นกว่า และสามารถดัดแปลงเพิ่มเติมหรือแก้ไขข้อมูลเพื่อสร้างปัญหาใหม่

ลาโรซ บัวศรี (2526 อ้างอิงมาจาก ทิศนา แคมมณี, 2553) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยประยุกต์ใช้หลักธรรมอริยสัจ 4 อัน ได้แก่ ทุกข์ สมุทัย นิโรธ และมรรค มาใช้เป็นกระบวนการแก้ปัญหา โดยใช้ควบคู่กับแนวทางปฏิบัติที่เรียกว่า “กิจในอริยสัจ 4” อันประกอบด้วย ปริญา (การกำหนดรู้) ปหานะ (การละ) สัจฉิกิริยา (การทำให้แจ้ง) และภาวนา (การเจริญหรือการลงมือปฏิบัติ) จากหลักทั้งสอง ท่านได้เสนอแนวทางการสอนกระบวนการแก้ปัญหาไว้เป็นขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดปัญหา (ขั้นทุกข์) คือ การให้ผู้เรียนระบุปัญหาที่ต้องการแก้ไข

ขั้นที่ 2 ขั้นตั้งสมมติฐาน (ขั้นสมุทัย) คือ การให้ผู้เรียนวิเคราะห์สาเหตุของปัญหา และตั้งสมมติฐาน

ขั้นที่ 3 ขั้นทดลองและเก็บข้อมูล (ขั้นนิโรธ) คือ การให้ผู้เรียนกำหนดวัตถุประสงค์ และวิธีการทดลองเพื่อพิสูจน์สมมติฐานและเก็บรวบรวมข้อมูล

ขั้นที่ 4 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล (ขั้นมรรค) คือ การนำข้อมูลมาวิเคราะห์และสรุป

อุซาวดี จันทรสนธิ (2554) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่ง ดังนั้น ครูควรปลูกฝังให้นักเรียนเข้าใจถึงขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แม้ว่าจะมีนักเรียนบางส่วนที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ แต่มีนักเรียนจำนวนไม่น้อยที่ไม่รู้ว่าจะต้องเริ่มต้นแก้ปัญหานั้นอย่างไร และจะดำเนินการแก้ปัญหายังไงต่อไป ทั้งนี้เนื่องจากนักเรียนไม่มีความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง กระบวนการแก้ปัญหาที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลายคือ กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยา ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนสำคัญของปัญหา ได้แก่ สิ่งที่ต้องการรับรู้ ข้อมูลและเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหานั้นนักเรียนต้องพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาเข้าไปเข้ามา พิจารณาในหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่าง ๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระสำคัญของปัญหา ด้วยถ้อยคำของตนเองก็ได้

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและสิ่งที่ต้องการรู้ แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา ในการวางแผนการแก้ปัญหานักเรียนอาจพิจารณายุทธวิธีในการแก้ปัญหาย่างหลากหลาย และท้ายสุดเลือกยุทธวิธีที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางของแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งหาคำตอบของปัญหาได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง การค้นหาแผนหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหาใหม่เป็นการพัฒนาผู้แก้ปัญหาที่ดีด้วยเช่นกัน

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนมองย้อนไปยังคำตอบที่ได้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบและยุทธวิธีในการแก้ปัญหา แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหาย่อยอื่นอีกหรือไม่ สำหรับนักเรียนที่คาดเดาคำตอบก่อนลงมือปฏิบัติสามารถเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่คาดเดาและคำตอบจริงในขั้นตอนนี้

วูลฟอล์ก (Woolfolk, 1995 อ้างอิงมาจาก สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2556) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า โดยเสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เรียกว่า IDEAL ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 การวินิจฉัยปัญหา (I : Identifying the Problem) เป็นการทำความเข้าใจปัญหาให้กระจ่างชัด โดยการวิเคราะห์ว่าอะไรกันแน่ที่เป็นปัญหาที่ต้องแก้

ขั้นที่ 2 การค้นหาข้อมูลที่ให้มาในโจทย์ปัญหา (D : Defining and Representations the Problem) เป็นการค้นหาข้อมูลรายละเอียดที่สำคัญของปัญหาแล้วคัดเลือกข้อมูลสำคัญที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา มีวิธีการดังนี้

1. ทำความเข้าใจส่วนต่าง ๆ ของปัญหา
2. ทำความเข้าใจปัญหาโดยส่วนรวมทั้งหมด
3. แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบที่ง่าย โดย
 - 3.1 รู้จักและเข้าใจชนิด (ประเภท) ของปัญหา
 - 3.2 แสดงปัญหาได้ถูกต้องชัดเจนเป็นภาพ สัญลักษณ์ กราฟ หรือถ้อยคำ ฯ
 - 3.3 เลือกข้อมูลหรือรายละเอียดที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา
 - 3.4 เขียนขั้นตอน (กำหนดขั้นตอน) ของการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การหายุทธวิธีในการแก้ปัญหา (E : Exploring Possible Solution Strategies) เป็นการค้นหาคำตอบที่อาจเป็นไปได้ ทำได้ 2 วิธี คือ

1. แก้ปัญหาเป็นขั้นตอนตามลำดับ ตามข้อเสนอแนะหรือคำแนะนำเป็นขั้นตอนเพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการ
2. แก้ปัญหาโดยทั่วไป โดย

2.1 วิเคราะห์แยกแยะปัญหาออกเป็นส่วนตัวต่าง ๆ แล้วแก้ปัญหาย่อย ๆ เหล่านั้นทีละปัญหาจนได้คำตอบทั้งหมด

2.2 พิจารณาย้อนจากตัวปัญหาไปยังสาเหตุของปัญหานั้น

2.3 เปรียบเทียบกับปัญหาอื่น ๆ ที่เคยแก้ไขสำเร็จแล้ว

ขั้นที่ 4 แก้ปัญหาตามยุทธวิธีที่เลือกแล้ว (A : Action on the Strategies) เป็นการลงมือแก้ปัญหตามวิธีที่เลือกไว้

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบและขยายผล (L : Looking Back and Evaluating the Effect of your Activities) เป็นการพิจารณาผลการแก้ปัญหาว่าเป็นอย่างไร สำเร็จหรือไม่ ควรปรับปรุงแก้ไขอย่างไร หากแก้ปัญหาไม่สำเร็จ อาจย้อนกลับไปดูว่าปัญหานั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ อย่างไร

เมื่อนักเรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้แล้ว ครูควรสรุปคำถาม คำตอบและให้ข้อเสนอแนะอื่น ๆ เพิ่มเติม เพื่อช่วยขยายแนวคิดหรือขยายปัญหาให้นักเรียนเกิดความรู้ ความคิดกว้างขวางขึ้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้เลือกกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา เพราะเป็นกระบวนการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ที่มีขั้นตอนกำหนดไว้อย่างชัดเจน ได้รับการยอมรับ และใช้อย่างแพร่หลาย โดยกระบวนการในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา มี 4 ขั้นตอน ดังนี้ คือ

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจ เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหจะต้องพิจารณา วิเคราะห์ทำความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาเพื่อระบุส่วนสำคัญของปัญหาว่า โจทย์ถามอะไร มีข้อมูลและเงื่อนไขอะไร เพียงพอต่อการแก้ปัญหหรือไม่

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหจะต้องค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถามและข้อมูลที่โจทย์กำหนด แล้วนำความสัมพันธ์ที่ได้กับประสบการณ์ในการแก้ปัญหามีมาใช้เพื่อกำหนดเป็นแนวทางในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหจะต้องลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่วางแผนไว้เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผนว่าสามารถใช้แก้ปัญหานั้นได้หรือไม่ หากใช้ได้ให้ดำเนินการเพิ่มเติมรายละเอียดของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนได้คำตอบของปัญหา แต่หากแผนที่วางไว้ไม่สามารถใช้แก้ปัญหาก็ให้ค้นหาแนวทางหรือยุทธวิธีใหม่

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหจะต้องมอย้อนไปยังคำตอบที่ได้ แล้วพิจารณาความถูกต้อง วิธีการคิดคำนวณ ยุทธวิธีและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

9. ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้กล่าวถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ในการแก้ปัญหาหนึ่ง ๆ นอกจากนักเรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานที่เพียงพอและเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาดีแล้ว การเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพสูงสุด ก็เป็นปัจจัยหนึ่งซึ่งช่วยในการแก้ปัญหา ถ้านักเรียนมีความคุ้นเคยกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เหมาะสมและหลากหลายแล้ว นักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีเหล่านั้นมาใช้ได้ทันที ยุทธวิธีแก้ปัญหาคือเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ดี ที่พบบ่อยในคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ และคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต การฝึกฝน การค้นหาแบบรูปในเรื่องดังกล่าวเป็นประจำจะช่วยพัฒนานักเรียนในการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนและพัฒนากลยุทธ์การสื่อสาร ซึ่งเป็นทักษะที่ช่วยให้นักเรียนสามารถประมาณและคาดคะเนจำนวนที่พิจารณาโดยไม่ต้องคิดคำนวณก่อน ตลอดจนสามารถสะท้อนความรู้ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการคิดของตนได้

2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยให้วิเคราะห์หาความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจนช่วยให้ไม่หลงลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาลงด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาลงง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูลโดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด ในการแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด นักเรียนอาจจัดกรณีที่ไม่ใช่ข้อก่อน แล้วค่อยค้นหาแบบรูปหรือรูปแบบของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจกกรณีที่เหมาะสม ยุทธวิธีนี้ก็จะไม่มีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจกกรณีด้วยก็ได้

5. การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหานั้น

ต่อไป นักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

6. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหาในรูปของสมการ ซึ่งบางครั้งอาจเป็นสมการก็ได้ ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อหาว่า ข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมามีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้แล้วเขียนสมการหรือสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น ในการหาคำตอบของสมการ มักใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยแล้วต้องมีการตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา ถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหา ถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้องของปัญหานี้ ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางพีชคณิต

7. การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการคิดวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้กับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคยหรือต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีอื่นไม่ได้แล้ว สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยหรือเป็นส่วน ๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลดจำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ปัญหามาก่อนหน้านี้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาบางปัญหาเราใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ หรือการเขียนภาพและแผนภาพ จนทำให้บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างเด่นชัด ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้ง ยุทธวิธีนี้มักใช้กับการแก้ปัญหาที่ยากแก่การแก้ปัญหาโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จ

อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้กล่าวถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แต่ละปัญหา อาจใช้วิธีที่ต่างกันได้หลายวิธี รวมทั้งยุทธวิธีที่ใช้ก็อาจ

แตกต่างกันด้วย ยุทธวิธีแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้ผู้เรียนคิดและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้สำเร็จ โดยยุทธวิธีในการแก้ปัญหามีอยู่หลากหลาย ดังนี้

1. การลองผิดลองถูก (Trial and Error) เป็นวิธีที่ผู้เรียนมักใช้กับปัญหาที่สามารถจะทดสอบคำตอบได้ แม้จะเป็นวิธีที่ไม่แน่นอนว่าจะได้คำตอบช้าหรือเร็ว แต่ก็เป็นวิธีที่ผู้เรียนสามารถทำได้สะดวก

2. การวาดภาพ (Picture) บางครั้งการวาดภาพประกอบก็ทำให้ผู้เรียนเข้าใจความซับซ้อนและบริบทของปัญหาย่อยขึ้น หรือทำให้ปัญหาที่เป็นนามธรรมเป็นรูปธรรมมากขึ้น

3. การสร้างโมเดล (Model) เป็นวิธีการจำลองโมเดลของปัญหา เช่น การใช้สมการหรือกราฟโมเดล

4. การค้นหาแบบรูป (Pattern) ปัญหาบางอย่างมีแบบรูป การค้นหารูปแบบทั่วไปของปัญหาอาจทำให้พบความสัมพันธ์บางอย่าง และอาจมีประโยชน์ในการหาคำตอบ

5. การสร้างตาราง รายการ และแผนภูมิ (List, table, and chart) การจัดระบบหรือค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยใช้ตารางหรือแผนภูมิ อาจทำให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้นและอาจทำให้การแก้ปัญหาย่อยขึ้น

6. การทำงานย้อนกลับ (Working Backward) เป็นการแก้ปัญหาโดยเริ่มต้นจากคำตอบที่ต้องการแล้วมองย้อนกลับไปหาข้อมูลหรือวิธีแก้ปัญหาก่อนหน้า เพื่อจะตัดสินใจว่าจะต้องใช้ข้อมูลหรือทำงานอะไรก่อน

7. การใช้ปัญหาที่คุ้นเคยและง่ายกว่า (Familiar and Simpler Problem) เป็นการแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปแบบที่เคยแก้ได้ หรือสามารถใช้วิธีแก้ปัญหาลูกอื่นที่ง่ายกว่า

8. การใช้เหตุผลเชิงตรรก (Logical Reasoning) เป็นกรแก้ปัญหาที่ใช้หลักการที่เป็นเหตุเป็นผลและไม่เกิดข้อขัดแย้ง เนื่องจากปัญหาคณิตศาสตร์บางอย่างไม่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ แต่ต้องใช้เหตุผลในการคิด เช่น การเปรียบเทียบปริมาตรของภาชนะ การเรียงลำดับขั้นตอนการทำงาน

อุษาวดี จันทรสุนธิ (2554) ได้กล่าวถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามathematics มีดังนี้

1. ยุทธวิธีการเขียนรูปหรือแผนภาพ เป็นยุทธวิธีธรรมชาติที่สุดซึ่งบุคคลมักใช้เมื่อเผชิญกับปัญหา เป็นวิธีที่เหมาะสมกับสถานการณ์ ปัญหาเชิงกายภาพ การเขียนภาพช่วยให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจปัญหาได้ดีขึ้น และทำให้เห็นหนทางการแก้ปัญหา การใช้ยุทธวิธีเขียนภาพจึงเหมาะสมกับปัญหาที่มีลักษณะ ดังนี้

1.1 สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสภาพที่เป็นรูปธรรมหรือเป็นเชิงกายภาพ

1.2 สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับรูปเรขาคณิตหรือเกี่ยวข้องกับการวัด

1.3 ผู้แก้ปัญหาต้องการใช้การเขียนภาพให้เข้าใจปัญหาดีขึ้น

1.4 การใช้สิ่งแทนความคิดที่เห็นได้ จับต้องได้ กับข้อมูลในปัญหาเป็นเรื่องที่เป็นไปได้และสามารถทำได้

2. ยุทธวิธีการคาดเดาและตรวจสอบ ยุทธวิธีนี้เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขของปัญหา ผนวกกับความรู้และประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่ โดยใช้ประโยชน์จากการคาดเดาครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหา ยุทธวิธีนี้จึงเหมาะกับปัญหาที่มีลักษณะ ดังนี้

2.1 จำนวนคำตอบที่เป็นไปได้ที่ผู้แก้ปัญหาคาดเดาเอาไว้และนำมาตรวจสอบควรมีจำนวนจำกัด

2.2 การคาดเดาคำตอบที่เป็นไปได้และนำมาตรวจสอบในแต่ละครั้ง ทำให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น และยังทำให้เห็นแนวทางที่จะนำไปสู่คำตอบ

2.3 การใช้วิธีคิดแบบเป็นระบบในการคาดเดาและตรวจสอบคำตอบ ทำให้ผู้แก้ปัญหาสามารถตัดทางเลือกที่ไม่เกี่ยวข้องทิ้งไป และเหลือทางเลือกที่เกี่ยวข้องจริง ๆ

2.4 การคาดเดาและตรวจสอบคำตอบต้องไม่มีสูตรตายตัว ผู้แก้ปัญหาแต่ละคนสามารถคิดไม่เหมือนกันได้

3. ยุทธวิธีการค้นหาแบบรูป ยุทธวิธีนี้เป็นการคิดวิเคราะห์-สังเคราะห์ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง จนเห็นสมบัติร่วมบางอย่าง เนื้อหาสาระของคณิตศาสตร์ทั้งหมดเกี่ยวข้องกับการศึกษาแบบรูป แบบรูปเป็นความคิดรวบยอดที่เป็นแกนกลางประการหนึ่งของคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีการค้นหาแบบรูปส่งเสริมการคิดเหตุผลแบบอุปนัย ให้ผู้เรียนวิเคราะห์สมบัติของตัวอย่างหลายตัวอย่างแล้วสังเคราะห์สมบัติร่วมเป็นข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ จากนั้นใช้การคิดเหตุผลแบบนิรนัยแสดงการพิสูจน์ว่าข้อความคาดการณ์สมเหตุสมผล ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมสำหรับการใช้ยุทธวิธีค้นหาแบบรูปมีลักษณะ ดังนี้

3.1 ข้อมูลที่กำหนดให้สามารถแจกแจงเป็นตัวอย่างต่าง ๆ ได้

3.2 สถานการณ์ปัญหามักเกี่ยวข้องกับชุดของข้อมูลที่เรียงลำดับภายใต้กฎเกณฑ์อย่างใดอย่างหนึ่ง

3.3 การแจกแจงตัวอย่าง ช่วยทำให้ผู้แก้ปัญหาดำเนินการแก้ปัญหาซับซ้อนที่กำหนดมาให้ได้

3.4 เป้าหมายของปัญหาต้องการให้ทำนายหรือเขียนสรุปเป็นกรณีทั่วไป

3.5 ข้อมูลที่กำหนดไว้ในปัญหา ตลอดจนตัวอย่างที่หาเพิ่มเติม สามารถนำเสนอให้เป็นระบบในรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง เช่น เสนอในรูปตาราง เขียนกราฟ แผนภูมิหรือภาพ

4. ยุทธวิธีการใช้ตัวแปร การใช้ตัวแปรเป็นการใช้สัญลักษณ์ซึ่งมักเป็นตัวอักษรแทนปริมาณไม่ทราบค่า ยุทธวิธีนี้ทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจความหมายของตัวแปร และนำไปสู่การเรียนรู้การแก้สมการและอสมการ ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับยุทธวิธีนี้คือ

4.1 สถานการณ์มักเป็นวลี เช่น “สำหรับจำนวนใด” ปรากฏอยู่

4.2 ในสถานการณ์ปัญหาชี้ให้เห็นว่าต้องค้นหานิพจน์หรือสมการ

เพื่อมาอธิบาย

4.3 เป้าหมายของปัญหาคือต้องการให้เขียนคำตอบในรูปทั่วไป และให้พิสูจน์คำตอบเป็นจริงในรูปทั่วไป

4.4 ในสถานการณ์ปัญหามักมีถ้อยคำเช่น “ตามลำดับ” “จำนวนคู่” “จำนวนคี่”

4.5 กรณีต่าง ๆ ในข้อมูลของปัญหามีจำนวนมาก

4.6 มีปริมาณที่ไม่ทราบค่าสัมพันธ์กับปริมาณที่ทราบค่า

4.7 ปัญหามักเกี่ยวข้องกับจำนวนที่มีหลายจำนวน

4.8 การจะแก้ปัญหานั้นได้ต้องพยายามหาสูตรในรูปทั่วไป

5. ยุทธวิธีการแจกแจงรายการ ยุทธวิธีนี้มักใช้คู่กับการค้นหาแบบรูปและการคาดเดาและตรวจสอบ ลักษณะของปัญหาที่เหมาะสมกับยุทธวิธีนี้คือ

5.1 ข้อมูลในปัญหาย่อยต่อการนำมาจัดระบบและนำเสนอ

5.2 การหาข้อมูลใหม่ (ที่จะนำมาใช้เพื่อแก้ปัญหา) จากข้อมูลที่กำหนดให้เป็นเรื่องไม่ยุ่งยาก โดยใช้ขั้นตอนวิธีแบบธรรมดาของคณิตศาสตร์

5.3 การแจกผลลัพธ์ภายใต้เงื่อนไขต่าง ๆ ใช้ยุทธวิธีการคาดเดาและตรวจสอบ

5.4 เป้าหมายของปัญหามักถามว่า “มีกี่วิธี” “มีกี่แบบ”

5.5 ผู้แก้ปัญหามักเกิดการเรียนรู้เกี่ยวกับกฎหรือระบบที่ใช้ในการแจกตัวอย่างต่าง ๆ

6. ยุทธวิธีแปลงปัญหาให้ซับซ้อนน้อยลง ยุทธวิธีนี้ถูกใช้เสมอในการลดขอบเขตของปัญหาให้แคบลง แต่โครงสร้างของปัญหายังคงเหมือนเดิม เช่น การลดขนาดของข้อมูลให้น้อยลง เป็นต้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ร่วมกับการค้นหาแบบรูป การแจกแจงรายการ และการเขียนแผนภาพและใช้กับปัญหาที่มีลักษณะ ดังนี้

6.1 ปัญหาที่เกี่ยวกับการคำนวณที่ยุ่งยาก

6.2 ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนที่มีค่ามาก หรือมีค่าน้อย

6.3 การใช้วิธีคิดแบบตรงไปตรงมาจากข้อมูลในปัญหาสามารถกระทำได้แต่อาจยุ่งยาก เช่น การเสียเวลากับการคำนวณ

6.4 ผู้แก้ปัญหาสามารถทำความเข้าใจปัญหาให้ดียิ่งขึ้นด้วยการแปลงปัญหาให้ซับซ้อนน้อยลง

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ว่า ในการเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแต่ละขั้นนั้น ผู้แก้ปัญหามustเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพและเหมาะสมกับสถานการณ์หรือปัญหา ในงานวิจัยเล่มนี้ผู้วิจัยเลือกใช้ยุทธวิธีการเขียนรูปหรือแผนภาพ เพราะเป็นยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหาที่เกี่ยวข้องกับรูปเรขาคณิต ซึ่งจะทำให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ อูซาวดี จันทรสนธิ (2554)

10. การประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Polya (1973) ได้เสนอรูปแบบการวัดและประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งประกอบด้วยรายละเอียดปรากฏดังตาราง 1

ตาราง 1 การวัดและประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ Polya

ขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา	พฤติกรรมชี้วัดที่ความสามารถ
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	- หลังจากอ่านโจทย์แล้วจะต้องบอกได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ ต้องการทราบอะไรและข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	- ใช้เงื่อนไขข้อความเป็นจริงในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
ขั้นดำเนินการตามแผน	- ความสามารถในการสร้างตาราง เขียนไดอะแกรม เขียนสมการหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือทักษะการคิดคำนวณ
ขั้นตรวจสอบผล	- การพิจารณาความสมเหตุสมผลและการสรุปความหมายของคำตอบ

สิริพร ทิพย์คง (2545) ได้กล่าวถึงการประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การประเมินผลความสามารถของนักเรียนส่วนมากทำโดยการให้นักเรียนทำแบบทดสอบแบบเลือกตอบ และใช้ดินสอทำเครื่องหมายข้อที่ตนเลือกบนกระดาษคำตอบ ซึ่งเป็นวิธีการที่เน้นคำตอบที่ถูกต้อง แต่ขาดการแสดงกระบวนการคิด และการแสดงวิธีการคิดของนักเรียน ดังนั้นในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนนอกจากการใช้แบบทดสอบเลือกตอบ

ครูอาจให้นักเรียนทำแบบทดสอบที่มีทั้งแบบเลือกตอบ แบบเติมคำตอบและแบบแสดงวิธีทำ ตลอดจนใช้การสัมภาษณ์ และการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดได้อย่างหลากหลาย เครื่องมือที่ใช้ในการประเมินผลมีดังนี้

1. การสังเกต (Observation) ครูสังเกตจากความสนใจ ความกระตือรือร้นในการตอบคำถามของนักเรียน การทำกิจกรรมในห้องเรียน เช่น การทดลองโยนเหรียญ การทดลองทอดลูกเต๋าในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น การทดลองใช้สื่อรูปธรรมเพื่อแสดงว่าทฤษฎีบทพีทาโกรัสเป็นจริงการทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง การทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน การทำงานกลุ่ม ซึ่งควรพิจารณาจากการอธิบายภายในกลุ่ม การยอมรับฟังความคิดเห็นซึ่งกันและกัน การแสดงบทบาทผู้นำ การอธิบายแนวคิดการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เป็นต้น

2. การเขียนอนุทิน (Writing Journal) การเขียนอนุทินเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนได้สะท้อนความคิด แสดงความรู้สึกในเรื่องที่นักเรียนได้เรียนไปแล้ว เช่น การให้นักเรียนเขียนว่าวันนี้ในชั่วโมงคณิตศาสตร์นั้นมีประโยชน์ นักเรียนนำความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใดไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้ และการให้นักเรียนเขียนอธิบายแนวคิดในการแก้โจทย์ปัญหา ตัวอย่างเช่น ต้องการซื้อไข่จากร้านขายของ ซึ่งขายไข่เป็นกล่อง กล่องละหนึ่งโหล โดยต้องการไข่เพื่อรับประทานเป็นอาหารเช้าวันละ 2 ฟอง เป็นเวลา 1 สัปดาห์ และเขาต้องคืนให้เพื่อนข้างห้องพักที่เขาเคยยืม 6 ฟอง อยากทราบว่าต้องจะต้องซื้อไข่กี่โหล

นักเรียนเขียนอธิบาย ดังนี้

ฉันทราบว่าใน 1 สัปดาห์มี 7 วัน และต้องการรับประทานไข่วันละ 2 ฟอง เป็นอาหารเช้า ดังนั้นต้องการไข่ $7 \times 2 = 14$ ฟอง และเขาต้องคืนไข่ 6 ฟองให้เพื่อน ดังนั้นต้องมีไข่ทั้งหมด $6 + 14 = 20$ ฟอง นั่นคือต้องซื้อไข่ทั้งหมด 2 โหล

3. การสัมภาษณ์ (Interview) การสัมภาษณ์นักเรียน ครูอาจทำได้อย่างเป็นทางการหรือไม่เป็นทางการ โดยดูจากแบบฝึกหัด การบ้าน โครงการที่นักเรียนทำ ว่านักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องที่นักเรียนเรียนไปหรือไม่ นักเรียนสามารถอธิบายงานที่นักเรียนทำได้ชัดเจนเพียงใด นักเรียนแก้ปัญหาในเรื่องนั้นอย่างไร เช่น ในการแก้โจทย์ปัญหาร้อยละนักเรียนได้รับส่วนลดครั้งแรก 20% เมื่อนักเรียนจ่ายเงินสด นักเรียนได้รับส่วนลดอีก 15% นักเรียนจะคิดคำนวณอย่างไร เป็นต้น

4. การตรวจแบบฝึกหัด (Checking Exercise) การตรวจแบบฝึกหัดที่นักเรียนทำ จะทำให้ครูทราบผลการเรียนของนักเรียนและความรับผิดชอบในการทำงาน ในกรณีที่นักเรียนตรวจสอบการทำงานของตนเองด้วยการทำสื่อสิ่งพิมพ์ครูควรตรวจดูอีกครั้งหนึ่งว่างานที่นักเรียนทำมีความถูกต้องและสมบูรณ์เพียงใด เพื่อช่วยพัฒนาและช่วยเหลือนักเรียนได้มากขึ้น

5. การทำแบบทดสอบ (Doing Test) สำหรับการวัดผลและประเมินผลด้วยแบบทดสอบ ครูผู้สอนควรคำนึงถึงลักษณะของข้อทดสอบ ขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบ

การนำแบบทดสอบไปใช้และการวิเคราะห์คุณภาพของข้อสอบ ดังนั้นครูผู้ออกข้อสอบควรเป็นผู้ที่มีความรู้ในเนื้อหาที่จะออกข้อสอบเป็นอย่างดี ทราบจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่สอนนั้น ซึ่งจะช่วยให้ข้อสอบได้ตรงตามจุดประสงค์และครอบคลุมเนื้อหาได้ครบถ้วน รู้จักชนิดและรูปแบบของแบบทดสอบ มีความรู้เกี่ยวกับลักษณะของแบบทดสอบที่ดี มีทักษะในการใช้ภาษา สามารถเขียนคำถามได้กะทัดรัดและชัดเจน

การจำแนกลักษณะของข้อทดสอบ ตามหลักของบลูม (Bloom Taxonomy) เพื่อวัดสิ่งต่อไปนี้ คือ

1. ความรู้ความจำ หมายถึง การระลึกได้ของเรื่องราวต่าง ๆ ที่เคยพบเห็น เคยได้ยิน หรือเคยได้มีประสบการณ์มาแล้ว เป็นเรื่องของความสามารถในการจดจำสิ่งต่าง ๆ ได้
 2. ความเข้าใจ หมายถึง ความสามารถในการจับใจความสำคัญ หรือแปลความหมายของสิ่งหรือสัญลักษณ์ที่ได้พบเห็นได้ถูกต้อง
 3. การนำไปใช้ หมายถึง ความสามารถที่จะนำความรู้หรือความเข้าใจในสิ่งที่รู้เห็นมานั้นไปแก้ปัญหาใหม่ได้
 4. การวิเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการแยกแยะเรื่องราวต่าง ๆ ออกมาเป็นส่วนย่อย ๆ ได้ว่าสิ่งนั้นประกอบไปด้วยส่วนย่อย ๆ อะไรบ้าง ส่วนใดเป็นส่วนที่สำคัญที่สุด แต่ละส่วนย่อยนั้นสัมพันธ์กันอย่างไร
 5. การสังเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการแยกแยะเรื่องราวต่าง ๆ ออกมาเป็นส่วนย่อย ๆ ได้ว่าสิ่งนั้นประกอบไปด้วยส่วนย่อย ๆ อะไรบ้าง ส่วนใดเป็นส่วนที่สำคัญที่สุด แต่ละส่วนย่อยนั้นสัมพันธ์กันอย่างไร
 6. การประเมินค่า หมายถึง ความสามารถในการพิจารณาตัดสินใจเรื่องราว หรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ว่าดีหรือไม่ดีและเหมาะสมหรือไม่
6. การประเมินแฟ้มงาน (Portfolio Assessment) การประเมินแฟ้มงาน เป็นทางเลือกใหม่ของการประเมินผลการเรียนที่สามารถนำไปสู่การพัฒนานักเรียนอย่างแท้จริง สามารถประเมินทักษะการทำงาน ความคิดระดับสูงที่ซับซ้อน ตลอดจนความสามารถในการแก้ปัญหา และประยุกต์ใช้ในวิชาต่าง ๆ วิธีการประเมินแฟ้มงานเป็นการประเมินเชิงบวกเพื่อใช้ค้นหาความสามารถและความก้าวหน้าของนักเรียน รวมทั้งการให้ความช่วยเหลือแก่นักเรียนในจุดที่ต้องการพัฒนาให้สูงขึ้นเพื่อให้เต็มศักยภาพ ช่วยให้ครูเห็นภาพรวมของพัฒนาการของนักเรียน ทำให้ครูมีข้อมูลเพียงพอในการตัดสินผลการเรียนของนักเรียน ทั้งเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนรับผิดชอบในการเรียนของตนเอง มีส่วนร่วมในการประเมิน เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทำงานร่วมกัน ได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและวิจารณ์งานที่ทำ

อัมพร ม้าคนอง (2546) ได้กล่าวถึงการประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นอกจากจะช่วยพัฒนาผู้เรียนทั้งด้านความสามารถในการแก้ปัญหา และเจตคติในการแก้ปัญหาแล้ว ยังนำมาซึ่งวิธีที่ผู้สอนจะใช้เพื่อประเมินว่าผู้เรียนเกิดการพัฒนาดังกล่าวหรือไม่ด้วย ซึ่งจะกล่าวถึงบางวิธี ดังนี้

1. การใช้คำถาม (Questioning) ในขณะที่ยุ่เรียนแก้ปัญหา ผู้สอนอาจเดินดูผู้เรียนทำงานและใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนใช้ความคิดก่อนตอบ คำถามนั้นควรถามเพื่อให้ผู้เรียนอธิบาย เช่น หากคำตอบนั้นมาได้อย่างไร ทำไมต้องใช้วิธีนี้ อธิบายได้ไหมว่าสองวิธีนี้แตกต่างกันอย่างไร ทราบได้อย่างไรว่าต้องใช้ขั้นตอนช่วย แนใจได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้มาถูกต้อง

2. การสังเกต (Observing) การสังเกตนักเรียนในขณะที่ทำงานเดี่ยวหรืองานกลุ่มจะทำให้ผู้สอนทราบว่าผู้เรียนแต่ละคนมีความสามารถเพียงใด อย่างไรก็ตาม หากจำนวนผู้เรียนในแต่ละห้องมีจำนวนมากเกินไป ผู้สอนจะไม่สามารถจำผู้เรียนรายบุคคลได้ ผู้สอนจึงอาจต้องใช้ในการจดบันทึกช่วย วิธีง่าย ๆ ที่ผู้สอนทำได้ คือ การใช้มาตรวัดและแบบตรวจสอบการสังเกตการณ์แก้ปัญหา (Problem Solving Observation Rating Scale and Checklist) ดังตัวอย่างต่อไปนี้

แบบตรวจสอบการแก้ปัญหา

ชื่อนักเรียน ชั้น วันที่

- 1. พยายามทำความเข้าใจปัญหาที่ทำ
- 2. เสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กับกลุ่ม
- 3. คิดค้นวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับข้อมูลที่มี
- 4. มีความพยายามในการแก้ปัญหา
- 5. สามารถบอกวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย
- 6. ตรวจสอบและวิเคราะห์คำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ได้
- 7. ทำงานร่วมกับกลุ่มได้เป็นอย่างดี
- 8. ชอบแก้ปัญหาที่หลากหลาย

มาตรวัดการสังเกตการแก้ปัญหา			
ชื่อนักเรียน	ชั้น	วันที่	
	บ่อย	บางครั้ง	ไม่เคย
1. วิเคราะห์ปัญหาและอธิบายปัญหาได้			
2. แก้ปัญหาโดยมีการวางแผนเป็นขั้นตอน			
3. ใช้วิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย			
4. เลือกยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม			
5. แสดงวิธีหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง			
6. ตรวจสอบได้ว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่			
7. มีความพยายามในการแก้ปัญหา			

3. การรายงานของผู้เรียน (Student Report) การให้ผู้เรียนได้เขียนรายงานเกี่ยวกับประสบการณ์การแก้ปัญหาของตนเอง จะช่วยให้ผู้สอนทราบกระบวนการคิด การทำงาน และเจตคติของผู้เรียน ก่อนให้ผู้เรียนเขียนรายงานตนเอง ผู้สอนควรตั้งกรอบคำถามไว้ก่อนว่า จะประเมินนักเรียนในเรื่องใด เพื่อให้สิ่งที่ผู้เรียนทุกคนเขียนเป็นไปในแนวเดียวกัน และเป็นสิ่งที่ผู้สอนต้องการทราบ ตัวอย่างประเด็นที่ผู้สอนควรถามให้ผู้เรียนเขียน มีดังนี้

3.1 เมื่อเห็นปัญหาครั้งแรก คิดว่าจะทำอะไรก่อน

3.2 ควรใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหา เพราะเหตุใด และจะทราบได้อย่างไรว่ายุทธวิธีที่ใช้เหมาะสมหรือเปล่า

3.3 ได้คำตอบมาอย่างไร

3.4 มีวิธีใดบ้างที่ใช้แล้วแก้ปัญหาไม่ได้ เพราะอะไร

3.5 ในที่สุดแก้ปัญหาได้อย่างไร

3.6 ทราบได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้ถูกต้อง

3.7 รู้สึกอย่างไรกับการแก้ปัญหานี้

4. การทำแบบทดสอบข้อเขียน (Written Test) การให้ผู้เรียนเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาตามขั้นตอน จะช่วยให้ผู้สอนทราบระดับความเข้าใจของผู้เรียนโดยตรง การประเมินผลข้อเขียนอาจทำได้หลายวิธี ดังนี้

4.1 Analytic Scoring เป็นการให้คะแนนแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนต้องกำหนดไว้ล่วงหน้าว่า จะให้ผู้เรียนทำกี่ขั้นตอน และแต่ละขั้นตอนจะให้คะแนนอย่างไร ตัวอย่างการให้คะแนนในลักษณะดังกล่าว มีดังต่อไปนี้

การให้คะแนนโดยใช้ Analytic Scoring Scale

ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

- 0 : ไม่เข้าใจปัญหาเลย
- 1 : เข้าใจปัญหาเป็นบางส่วน
- 2 : เข้าใจปัญหาทั้งหมด

ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

- 0 : แผนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม
- 1 : ใช้ข้อมูลจากปัญหาวางแผนการแก้ปัญหาถูกต้อง เป็นบางส่วน
- 2 : แผนที่ตั้งไว้จะให้คำตอบที่ถูกต้องได้ถ้าดำเนินการถูกต้อง

ชั้นค้นหาคำตอบ

- 0 : ไม่ได้คำตอบหรือตอบผิด
- 1 : ได้คำตอบผิดจากการคำนวณผิดแต่มีบางส่วนถูกต้อง
- 2 : คำตอบถูกต้องสมบูรณ์

4.2 Focused Holistic Scoring เป็นเทคนิคการให้คะแนนการแก้ปัญหา

ทุกขั้นตอน ไม่เพียงแต่ดูที่คำตอบ เป็นการให้คะแนนโดยอิงเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ผู้เรียนแต่ละคนจะได้รับคะแนนตามคุณภาพของงานเป็นคะแนนตัวเดียวโดด ๆ ตัวอย่างการให้คะแนนดังกล่าว มีดังนี้

การให้คะแนนโดยใช้ Focused Holistic Scoring Point Scale

0 คะแนน

- ไม่ตอบ
- ไม่เข้าใจปัญหา มีเพียงข้อความที่คัดลอกจากโจทย์
- มีเพียงคำตอบที่ผิด

1 คะแนน

- แสดงความเข้าใจการแก้ปัญหา แต่วิธีการไม่เหมาะสม
- ยุทธวิธีที่เลือกไม่เหมาะสมและใช้งานจริงไม่ได้ ไม่มียุทธวิธีอื่นสำรอง
- แสดงความพยายามในการแก้ปัญหาย่อย ๆ ของปัญหาใหญ่ แต่ทำไม่สำเร็จ

2 คะแนน

- เข้าใจปัญหาแต่ใช้การแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง จึงได้คำตอบผิด
- ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม แต่ดำเนินการไม่ถูกต้อง ทำให้ได้คำตอบผิดหรือไม่ได้คำตอบ
- แก้ปัญหาย่อยได้บางส่วน แต่ไม่ได้ทั้งหมด

- ได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่เข้าใจงานที่ทำหรืออธิบายไม่ได้

3 คะแนน

- ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาเหมาะสม แต่เข้าใจผิดในเรื่องของเงื่อนไขหรือข้อมูลบางส่วนในปัญหา
- ใช้ยุทธวิธีที่ถูกต้อง แต่ตอบผิดหรืออธิบายเหตุผลไม่ได้ หรือไม่มีคำตอบ
- ได้คำตอบที่ถูกต้องจากยุทธวิธีที่เหมาะสม แต่วิธีทำที่แสดงให้ดูไม่ชัดเจน

4 คะแนน

- เข้าใจปัญหาเป็นอย่างดีและเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมแต่คำนวณผิดพลาด
- เลือกและใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม และได้คำตอบที่ถูกต้อง

4.3 General Impression Scoring เป็นเทคนิคการให้คะแนนโดยภาพรวมของงานทั้งหมดที่ผู้เรียนทำ การตรวจควรต้องกำหนดเกณฑ์ไว้ก่อน เพื่อจะได้ไม่เกิดความลำเอียงในการตรวจ ตัวอย่างของ General Impression Scoring มีดังนี้

ชื่อนักเรียน	ชั้น
ผลงาน	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
ระดับความประทับใจทั่วไป (0-4)	

สมทรง สุวพานิช (2549) ได้กล่าวถึงการประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. การสังเกต (Observation) การสังเกตจะช่วยให้ครูได้ศึกษาพฤติกรรม การแก้ปัญหาของนักเรียนได้อย่างชัดเจน ครูสังเกตการณ์การร่วมกันแก้ปัญหา การพูดคุย การอภิปราย การจดบันทึก การถามคำถามของนักเรียน ทั้งรายบุคคลและรายกลุ่มแล้วจดเป็นบันทึก พฤติกรรมที่พบเห็น นอกจากนั้นครูอาจให้คำแนะนำเท่าที่จำเป็นด้วย

การสังเกตครูควรพิจารณานักเรียน ประเด็นต่อไปนี

1. ได้อ่านปัญหาอย่างถ่องแท้หรือยัง
2. แต่ละคนเริ่มต้นแก้ปัญหอย่างไร
3. ได้นำยุทธวิธีหรือพยายามที่จะใช้เทคนิคกระบวนการที่ครูสอนไว้

มาใช้หรือไม่

4. ได้พยายามใช้วิธีอื่นหรือไม่ เมื่อวิธีแรกล้มเหลว
5. มีจิตใจแน่วแน่มั่นคงในการประยุกต์ใช้วิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา
6. มีความคลาดเคลื่อน ที่เกิดจากการขาดความระมัดระวังเกิดขึ้นหรือไม่

ถ้ามีเกิดเมื่อไร และทำไม

7. มีความอดทนตั้งใจ ในการพยายามแก้ปัญหาจนกว่าจะทำได้
8. ขอความช่วยเหลือเร็วขนาดไหน
9. ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบใดบ่อยที่สุด
10. ใช้สื่อของจริงช่วยหรือไม่

ขณะที่ครูสังเกตและใช้คำถามควบคู่กันไปในนั้น ครูควรจะได้บันทึกผลที่ได้เป็นอย่างดีลงไปด้วย การจดบันทึกควรทำทันทีหลังจากการสังเกตสิ้นสุดลง และในการบันทึกนั้นครูสามารถสอดแทรกการอธิบายและขยายความผลการสังเกตนั้นไปด้วยได้

2. การสัมภาษณ์ (Interviews) การสัมภาษณ์เป็นวิธีการที่ได้รับการยอมรับมากวิธีหนึ่งในการประเมินผลการแก้ปัญหา เพราะจะทำให้ครูสามารถทราบ กระบวนการคิด รูปแบบการคิด วิธีการแก้ปัญหา ความเข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหา ตลอดจนรายละเอียดอื่น ๆ ที่แบบทดสอบไม่สามารถวัดได้ การสัมภาษณ์ช่วยลดข้อจำกัดในการเขียนตอบของนักเรียนและข้อจำกัดของครู ในการพัฒนาข้อสอบแบบเขียนตอบ

วิธีการประเมินผล การแก้ปัญหาจากการสัมภาษณ์ อาจทำได้โดยวิธีต่อไปนี้

1. ครูให้ปัญหา
2. ให้นักเรียนคิดหาวิธีการแก้ แล้วอธิบายให้ครูทราบว่า ทำตามวิธีคิดได้อย่างไร
3. ใช้คำถามท้าทายความคิดของนักเรียน เพื่อจะให้นักเรียนอยากจะทำวิธี

ต่าง ๆ มาตอบ

จากจุดนี้ทำให้ครูทราบในรายละเอียด ว่านักเรียนกำลังทำอะไร แล้วครูจดบันทึกผลเอาไว้เพื่อจะได้นำมาวิเคราะห์ปรับปรุงวิธีสอนครั้งต่อไป

3. ตารางตรวจสอบรายการ (Inventories and Checklist) เป็นรายการให้นักเรียนสำรวจ พฤติกรรมการแสดงออก และเจตคติของตนเองเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา

แบบทดสอบชนิดนี้มีหลายประเภท เช่น

1. ตารางตรวจสอบเจตคติ
2. ตารางตรวจสอบยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ตารางตรวจสอบรายการมีประโยชน์อย่างยิ่ง โดยเฉพาะในการวัดเจตคติและความเชื่ออันเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา รวมทั้งการวัดพฤติกรรมต่าง ๆ ในการแก้ปัญหานักเรียน นอกจากนี้ยังชี้ปฏิกิริยาของนักเรียนต่อการสอนของครู ควรใช้ควบคู่ไปกับการสังเกตของครู และการทำแบบทดสอบ ในการใช้ตารางตรวจสอบรายการ ควรมีจุดมุ่งหมายและควรสร้างบรรยากาศที่ทำให้นักเรียนรู้สึกว่าการตอบเป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยให้เขาเป็นผู้ที่แก้ปัญหาได้ดีขึ้น หลังจากวัดแล้วควรจัดทำลำดับคะแนนลงในตารางไม่จำเป็นต้องใช้การวิเคราะห์กลับซับซ้อนอะไร อาจจะแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นสามกลุ่มง่าย ๆ เช่น กลุ่มสูง กลุ่มปานกลางและกลุ่มต่ำ และเปรียบเทียบคะแนนที่คนใดคนหนึ่งได้รับกับคะแนนของกลุ่มต่าง ๆ

4. ข้อสอบ (Paper and Pencil Test) เป็นแบบของการวัดที่แพร่หลายที่สุดในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียน ครูจะต้องแน่ใจว่าแบบทดสอบเหล่านั้นได้พัฒนาตามแนวการสอนการแก้ปัญหาย่างดีแล้ว และที่แน่นอนที่สุดคือปัญหาที่นำมาจะต้องน่าสนใจและท้าทาย ตลอดจนการให้เวลาในการทำแบบทดสอบที่พอเพียง แบบทดสอบประเภทนี้สามารถประเมินแต่ละขั้นของกระบวนการแก้ปัญหาเป็นอย่างดี การประเมินผลเป็นส่วนประกอบที่สำคัญของการสอนแก้ปัญหาไม่เพียงแต่ทำให้ทราบว่านักเรียนเป็นอย่างไรแล้ว แต่ยังช่วยในการวางแผนการสอนครั้งต่อไปด้วยถ้านักเรียนไม่ได้ใช้ยุทธศาสตร์ที่เราสอน ครูควรพิจารณาว่าทำไม แล้วลองสอนใหม่อีกครั้ง แต่ถ้านักเรียนได้ลองใช้ยุทธศาสตร์โดยยุทธศาสตร์หนึ่งที่เคยสอนไว้ ก็ต้องตรวจสอบนักเรียนทำได้ดีเพียงใด และจำเป็นต้องฝึกฝนเพิ่มเติมอีกหรือไม่ อย่าให้การประเมินเป็นเพียงการบันทึกผลกระบวนการแก้ปัญหานักเรียนเท่านั้น แต่ควรจะเป็นวิธีการที่จะช่วยพัฒนาปรับปรุงการสอนแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ซานนท์ จันทรา (2554) ได้กล่าวถึงการประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ไว้ว่า การประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น เป็นการประเมินผลความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ควรทำการประเมินผลอย่างเป็นระบบและต่อเนื่อง วิธีการประเมินผลอาจใช้การสังเกตและใช้คำถามควบคู่ไปกับการเรียนการสอน เพื่อดูการแก้ปัญหานักเรียนเป็นรายบุคคล เป็นกลุ่มขนาดเล็ก หรือการอภิปรายทั้งชั้นเรียน นอกจากนี้ยังสามารถใช้วิธีการอื่นได้อีก เช่น การฟังนักเรียนแลกเปลี่ยนแนวคิดกันกับกระบวนการแก้ปัญหา การวิเคราะห์จากแบบทดสอบที่มีลักษณะคำถามแบบเจาะลึก แนวคิด ยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหานักเรียน การบ้านอนุทิน แบบประเมินการแก้ปัญหา เป็นต้น จากที่กล่าวมาข้างต้นจะพบว่า เครื่องมือที่ครูผู้สอนใช้วัดและประเมินความสามารถทาง

คณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านทักษะกระบวนการนั้นมียู่ด้วยกันหลายชนิด ซึ่งเครื่องมือวัดบางอย่างที่สำคัญและจำเป็นที่ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ใช้บ่อยมีดังนี้

1. แบบรายงานสรุปผลการเรียนรู้ของผู้เรียน (Student Reports) และอนุทิน (Journal) วิธีการใช้การประเมินผลข้อมูลที่ได้จากตัวนักเรียนเองนั้นจะมีคุณค่ามากหรือน้อยขึ้นอยู่กับความซื่อตรงของตัวนักเรียนที่รายงานหรือบันทึกสิ่งที่สะท้อนออกมาเกี่ยวกับความรู้สึก ความเชื่อ ความตั้งใจ และความคิดของนักเรียนเองในการแก้ปัญหาที่กำหนด โดยเครื่องมือที่ใช้ในการประเมินผลสำหรับวิธีนี้ เช่น แบบรายงานสรุปผลการเรียนรู้ของผู้เรียน หรืออนุทินที่ผู้เรียนต้องเขียนเล่าประสบการณ์ที่ได้จากการเรียนรู้ การทำงาน หรือการแก้ปัญหา ภายหลังจากที่ทำงานหรือแก้ปัญหาเสร็จแล้ว ทั้งนี้ครูสามารถใช้คำถามต่อไปนี้เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมองย้อนกลับและอธิบายความคิดของผู้เรียนในขณะที่ทำงานหรือแก้ปัญหาได้

ตัวอย่างประเด็นคำถาม

- นักเรียนคิดถึงอะไร เมื่อพบปัญหา
- นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเลยหรือไม่ ใช้วิธีใด ผลเป็นอย่างไร มีอะไรเกิดขึ้นบ้าง
- ยุทธวิธีที่นักเรียนใช้นั้นสามารถแก้ปัญหานั้นได้คำตอบเลยหรือไม่
- ถ้าแก้ปัญหาไม่สำเร็จ นักเรียนพยายามหายุทธวิธีอื่นมาลองใช้อีกหรือไม่ ผลเป็นอย่างไร
- นักเรียนหาคำตอบของปัญหาได้หรือไม่ นักเรียนรู้สึกอย่างไร
- นักเรียนตรวจสอบคำตอบหรือไม่ ลองใช้วิธีการอื่น ๆ บ้างหรือไม่
- นักเรียนแน่ใจหรือไม่ว่าคำตอบที่หาได้ถูกต้อง
- ความรู้สึกของนักเรียนโดยภาพรวมเป็นอย่างไรเกี่ยวกับการแก้ปัญหานี้

2. แบบสังเกต (Observation Form) เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ได้จากการสังเกต ซึ่งอาจใช้สังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียนหรือผู้ถูกสังเกต หรือสังเกตคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่ต้องการประเมิน เช่น แบบสังเกตพฤติกรรม แบบประเมินชิ้นงาน/ผลงาน แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ แบบประเมินการทำงานของนักเรียน เป็นต้น แบบสังเกตหรือแบบประเมินที่นิยมใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลมี 2 ลักษณะ ดังนี้

2.1 แบบสังเกตที่มีโครงสร้าง (Structured Observation Form) เป็นแบบสังเกตที่สร้างขึ้นอย่างมีระบบ มีประเด็น และมีรายละเอียดครบถ้วนตามเป้าหมายของการวัด ซึ่งทำได้ 2 ลักษณะ คือ

2.1.1 แบบตรวจสอบรายการ (Check List) ประกอบด้วยข้อความต่าง ๆ ที่ระบุรายละเอียดตามพฤติกรรม คุณลักษณะ หรือเรื่องที่ต้องการศึกษาว่ามีหรือไม่มี เกิดขึ้นหรือไม่เกิดขึ้น ปฏิบัติหรือไม่ปฏิบัติ ใช่หรือไม่ใช่ และแจ้งมีการระบุความถี่ของการเกิด

2.1.2 แบบมาตราประมาณค่า (Rating Scale) เป็นแบบสังเกตที่ใช้ประเมินค่าสิ่งที่สังเกตได้โดยแปลงค่าในด้านคุณภาพให้อยู่ในรูปของปริมาณประกอบด้วยรายการหรือข้อความที่ต้องการวัดและประเมินค่า มีการกำหนดระดับของการประเมินและเกณฑ์การประเมินอย่างละเอียด

2.2 แบบสังเกตที่ไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Observation Form) เป็นแบบสังเกตที่สร้างขึ้นอย่างไม่เป็นระบบ มีแต่หัวข้อหรือประเด็นที่ต้องการสังเกต ไม่มีรายละเอียดหรือแนวทางการตอบ ผู้สังเกตต้องเขียนแสดงรายละเอียดหรือสิ่งที่ได้จากการสังเกตเอง ตามความรู้ความสามารถและความชำนาญของผู้สังเกตเอง

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปการประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ว่า การประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะไม่เน้นคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว แต่จะประเมินผลจากความสามารถในการแสดงวิธีการและกระบวนการในการคิด ตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ในการประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยเลือกใช้การทำแบบทดสอบข้อเขียน (Written Test) จำนวน 5 ข้อ ในการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียน เมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทุกแผนในแต่ละวงจร และประเมินผลแบบทดสอบข้อเขียนโดยใช้วิธีการให้คะแนนแบบ Analytic Scoring โดยที่นักเรียนจะต้องเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหตามขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยาให้ครบทั้ง 4 ขั้นตอน เพื่อให้ผู้สอนทราบถึงแนวความคิด และระดับความเข้าใจของนักเรียนโดยตรง ซึ่งสอดคล้องกับแนวความคิดในการประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหของอัมพร ม้าคนอง (2546) และใช้แบบสัมภาษณ์ สัมภาษณ์นักเรียนเพื่อตรวจสอบความเข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหา ตรวจสอบความเข้าใจในเรื่องที่เรียนว่านักเรียนมีความเข้าใจหรือไม่ สามารถอธิบายงานที่นักเรียนทำได้ชัดเจนเพียงใด แก้ปัญหาอย่างไร มีรูปแบบการคิดแบบใด ตลอดจนรายละเอียดอื่น ๆ

การจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน

1. ความหมายของการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน

วัลลี สัตยาศัย (2547) ได้กล่าวถึงความหมายของการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน ไว้ว่า การจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานก็คือ วิธีการเรียนรู้ที่เริ่มต้นด้วยการใช้ปัญหาเป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนไปศึกษาค้นคว้า แสวงหาความรู้ด้วยวิธีการต่าง ๆ จากแหล่งวิทยาการที่หลากหลาย เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาโดยที่มิได้มีการศึกษา หรือเตรียมตัวล่วงหน้าเกี่ยวกับปัญหาดังกล่าวมาก่อน

ไพฑูรย์ สินลารัตน์ (2551) ได้กล่าวถึงความหมายของการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน ไว้ว่า การจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานเป็นวิธีการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นตัวกระตุ้นหรือเป็นบริบทให้ผู้เรียนได้คิด วิเคราะห์ แสวงหา และบูรณาการความรู้ใหม่ที่เหมาะสมกับการนำไปใช้ในสภาพการณ์จริง โดยผู้เรียนอาจไม่จำเป็นต้องมีความรู้หรือพื้นฐานเรื่องนั้นมาก่อน

ทิตินา แคมมณี (2553) ได้กล่าวถึงความหมายของการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานไว้ว่า การจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานเป็นการจัดสภาพการณ์ของการเรียนการสอนที่ใช้ปัญหาเป็นเครื่องมือในการช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามเป้าหมาย โดยผู้สอนอาจนำผู้เรียนไปเผชิญสถานการณ์ปัญหาจริง หรือผู้สอนอาจจัดสภาพการณ์ให้ผู้เรียนเผชิญปัญหา และฝึกกระบวนการคิด วิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหาพร้อมกันเป็นกลุ่ม ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในปัญหานั้นอย่างชัดเจน ได้เห็นทางเลือกและวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายในปัญหานั้น รวมทั้งช่วยให้ผู้เรียนเกิดการใฝ่รู้ เกิดทักษะกระบวนการคิด และกระบวนการแก้ปัญหาต่าง ๆ

อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้กล่าวถึงความหมายของการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน (Problem-based Learning) ไว้ว่า การเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลัก การเรียนรู้จากกระบวนการทำงานที่มุ่งทำความเข้าใจและแก้ปัญหา โดยผู้สอนนำเสนอสถานการณ์หรือปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ซึ่งเป็นสิ่งกระตุ้นให้ผู้เรียนได้อภิปราย ค้นคว้า แสวงหาข้อมูลและตัดสินใจแก้ปัญหา

ศศิธร เวียงวะลัย (2556) ได้กล่าวถึงความหมายของ การเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน (Problem-based Learning) ไว้ว่า เป็นรูปแบบการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนควบคุมการเรียนรู้ด้วยตนเอง ผู้เรียนคิดและดำเนินการเรียนรู้ กำหนดวัตถุประสงค์และเลือกแหล่งเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยผู้สอนเป็นผู้ให้คำแนะนำ เป็นการส่งเสริมให้เกิดการแก้ปัญหามากกว่าการจำเนื้อหาข้อเท็จจริง เป็นการส่งเสริมการทำงานเป็นกลุ่มและพัฒนาทักษะทางสังคม ซึ่งวิธีการนี้จะทำได้ดีในการจัดการเรียนการสอนระดับมัธยมศึกษาเพราะผู้เรียนมีระดับความสามารถทางการคิดและการดำเนินการด้วยตนเองได้ดี

สุคนธ์ สินธพานนท์ (2558) ได้กล่าวถึงความหมายของการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน ไว้ว่า การจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานเป็นการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นเครื่องมือกระตุ้นผู้เรียนให้มีความสนใจใคร่รู้และต้องการศึกษาค้นคว้าข้อมูลเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา ซึ่งผู้สอนอาจจัด

สภาพการณ์ให้ผู้เรียนได้เผชิญปัญหาและฝึกกระบวนการวิเคราะห์และแก้ปัญหา เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจปัญหาอย่างชัดเจนและสามารถใช้ทักษะกระบวนการที่นำไปสู่การแก้ปัญหาได้

จากที่กล่าวมาสรุปความหมายของการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานได้ว่า การจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน เป็นการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นเครื่องมือในการกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนได้ไปศึกษาค้นคว้า แสวงหา คิด วิเคราะห์ความรู้ด้วยวิธีการต่าง ๆ จากแหล่งวิทยาการที่หลากหลาย ฝึกกระบวนการคิดวิเคราะห์ปัญหาด้วยตนเอง และแก้ปัญหาพร้อมกันเป็นกลุ่ม โดยครูผู้สอนเป็นเพียงผู้ให้คำแนะนำ

2. ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

ไพฑูรย์ สินลารัตน์ (2551) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ไว้ว่า ในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานจะจัดผู้เรียนเป็นกลุ่มย่อยขนาดประมาณ 8-10 คน โดยมีครูหรือผู้สอนประจำกลุ่ม 1 คน ทำหน้าที่เป็นผู้สนับสนุนการเรียนรู้ (Facilitator) กระบวนการจะประกอบด้วยขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

ขั้นที่ 1 เมื่อผู้เรียนได้รับโจทย์ปัญหา ผู้เรียนจะทำความเข้าใจหรือทำความเข้าใจความกระจ่างในคำศัพท์ที่อยู่ในโจทย์ปัญหานั้นเพื่อเข้าใจตรงกัน

ขั้นที่ 2 จับประเด็นข้อมูลที่สำคัญหรือระบุปัญหาในโจทย์

ขั้นที่ 3 ระดมสมองเพื่อวิเคราะห์ปัญหา อภิปรายหาคำอธิบายแต่ละประเด็นปัญหาว่าเป็นอย่างไร เกิดขึ้นได้อย่างไร ความเป็นมาอย่างไร โดยอาศัยพื้นความรู้เดิมเท่าที่ผู้เรียนมีอยู่

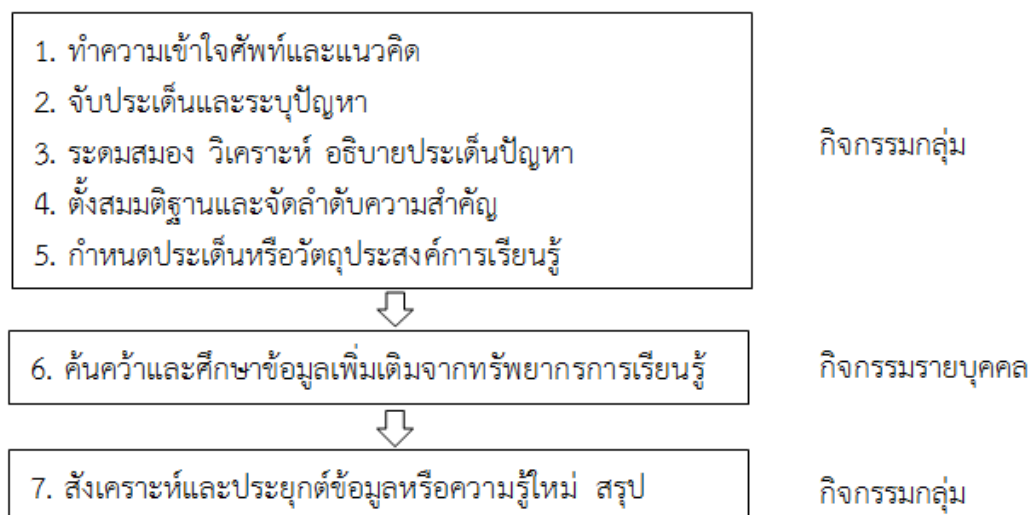
ขั้นที่ 4 ตั้งสมมติฐานเพื่อตอบปัญหาประเด็นต่าง ๆ พร้อมจัดลำดับความสำคัญของสมมติฐานที่เป็นไปได้อย่างมีเหตุผล

ขั้นที่ 5 จากสมมติฐานที่ตั้งขึ้น ผู้เรียนจะประเมินว่าเรามีความรู้เรื่องอะไรบ้าง มีเรื่องอะไรที่ยังไม่รู้หรือขาดความรู้ และความรู้อะไรจำเป็นที่จะต้องใช้เพื่อพิสูจน์สมมติฐาน ซึ่งเชื่อมโยงกับโจทย์ปัญหาที่ได้ขั้นตอนนี้กลุ่มจะกำหนดประเด็นการเรียนรู้ (Learning Issue) หรือวัตถุประสงค์การเรียนรู้ (Learning Objective) เพื่อจะไปค้นคว้าหาข้อมูลต่อไป

ขั้นที่ 6 ค้นคว้าหาข้อมูลและศึกษาเพิ่มเติมจากทรัพยากรการเรียนรู้ต่าง ๆ เช่น หนังสือ ตำรา วารสาร สื่อการเรียนการสอนต่าง ๆ การศึกษาในห้องปฏิบัติการ คอมพิวเตอร์ช่วยสอน อินเทอร์เน็ต หรือปรึกษาอาจารย์ผู้เชี่ยวชาญในเนื้อหาสาขาเฉพาะ เป็นต้น พร้อมทั้งประเมินความถูกต้อง

ขั้นที่ 7 นำข้อมูลหรือความรู้ที่ได้มาสังเคราะห์ อธิบาย พิสูจน์สมมติฐานและประยุกต์ให้เหมาะสมกับโจทย์ปัญหา พร้อมสรุปเป็นแนวคิดหรือหลักการทั่วไป

ขั้นตอนที่ 1-5 เป็นขั้นตอนภายในกระบวนการกลุ่มในห้องเรียน ขั้นตอนที่ 6 เป็นกิจกรรมของผู้เรียนรายบุคคลนอกห้องเรียน และขั้นตอนที่ 7 เป็นกิจกรรมที่กลับมาในกระบวนการกลุ่มอีกครั้ง



ภาพประกอบ 1 ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานของไพฑูรย์ สินลารัตน์

เกียรติกำจร กุศล และฐิติพร ปานมา (2554) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ไว้ว่าในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน (7-step Approach) คือ

ขั้นที่ 1 อธิบายศัพท์ที่ไม่เข้าใจ (Clarifying Unfamiliar Terms) กลุ่มผู้เรียนร่วมกันทำความเข้าใจคำศัพท์และข้อความที่ปรากฏอยู่ในโจทย์ปัญหาให้ชัดเจน

ขั้นที่ 2 ระบุปัญหา (Problem Definition) กลุ่มผู้เรียนร่วมกันระบุปัญหาหลักที่ปรากฏในโจทย์ปัญหาและตั้งคำถามจากโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 3 ระดมสมอง (Brainstorm) กลุ่มผู้เรียนระดมสมองจากคำถามที่กลุ่มร่วมกันกำหนดขึ้น โดยอาศัยความรู้เดิมของสมาชิกกลุ่มทุกคน โดยถือว่าทุกความคิดมีความสำคัญ ดังนั้นจะต้องรับฟังซึ่งกันและกัน

ขั้นที่ 4 วิเคราะห์ปัญหา (Analyzing the Problem) กลุ่มผู้เรียนอธิบาย วิเคราะห์ปัญหาและตั้งสมมติฐานที่เชื่อมโยงกันกับปัญหาตามที่ได้ระดมสมองกัน ช่วยกันคิดอย่างมีเหตุผล สรุปเป็นความรู้และแนวคิดของกลุ่ม

ขั้นที่ 5 สร้างประเด็นการเรียนรู้ (Formulation Learning Issue) กลุ่มผู้เรียนกำหนดวัตถุประสงค์การเรียนรู้ เพื่อค้นหาข้อมูลที่จะอธิบายผลการวิเคราะห์ที่ตั้งไว้ นอกจากนี้กลุ่มผู้เรียนจะร่วมกันสรุปว่าความรู้ส่วนใดรู้แล้ว ส่วนใดที่ยังไม่รู้หรือจำเป็นต้องไปค้นคว้าเพิ่มเติมเพื่ออธิบายปัญหานั้น

ขั้นที่ 6 คิดค้นคว้าความรู้ด้วยตนเอง (Self-study) กลุ่มผู้เรียนค้นคว้า หาคำอธิบายตามวัตถุประสงค์การเรียนรู้โดยรวบรวมข้อมูล ความรู้ และสารสนเทศจากสื่อและแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ เช่น ห้องสมุด อินเทอร์เน็ต ผู้รู้ ฯลฯ เพื่อค้นหาคำตอบให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้และเป็นการพัฒนาทักษะการเรียนรู้ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 7 รายงานต่อกลุ่ม (Reporting) กลุ่มผู้เรียนนำรายงานข้อมูลหรือสารสนเทศใหม่ที่ได้จากการค้นคว้าเพิ่มเติมมาอภิปราย วิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อสรุปเป็นองค์ความรู้ และนำมาเสนอต่อกลุ่มในแต่ละประเด็นการเรียนรู้

บุญเลี้ยง ทูมทอง (2556) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ไว้ว่า การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานมีจุดมุ่งหมายให้ผู้เรียนแสวงหาความรู้ และนำความรู้มาแก้ปัญหาตามขั้นตอนการแก้ปัญหา ดังนั้นการเรียนการสอนจึงประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การเตรียมการเรียนการสอน ได้แก่ การกำหนดวัตถุประสงค์และเนื้อหาพื้นฐานที่ผู้เรียนต้องศึกษาหาความรู้ การสร้างปัญหาที่สอดคล้องกับความจริงที่ปรากฏอยู่ในสังคม และเป็นแนวทางการประเมินผลเพื่อเสริมการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน และการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 2 การบริหารการเรียนการสอน ขั้นตอนนี้เป็นการนำแผนซึ่งเตรียมไว้ในขั้นตอนที่ 1 มาใช้กับผู้เรียนที่มีกระบวนการที่สำคัญ 3 ประการ คือ

1. ระบุปัญหา (Problem Identification) ผู้เรียนต้องระบุให้ได้ว่าปัญหาที่แท้จริงคืออะไร โดยใช้กระบวนการคิดที่มีเหตุผล ด้วยวิธีการเชื่อมโยงความรู้เดิมมาประยุกต์กับปัญหาเพื่อให้เกิดแนวคิดใหม่ ลักษณะของปัญหาที่ดีต้องเป็นปัญหาที่พบบ่อย สำคัญ และเป็นปรากฏการณ์ที่เป็นจริง มีข้อมูลประกอบ ต้องการการตัดสินใจที่ดี ควรใช้คำอธิบายที่ให้ความหมายชัดเจน สั้น เป็นปัญหาที่ครอบคลุมการเรียนรู้เนื้อหาหลายสาขา

2. การเรียนการสอนในกลุ่มย่อย (Small Group Tutorial Learning) เพื่อให้ผู้เรียนมีโอกาสดแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ระดมความรู้เดิมมาช่วยกันแก้ปัญหา และเกิดความรู้ใหม่ ผู้เรียนและผู้สอนมีกระบวนการแลกเปลี่ยนความรู้ความคิดไปในทางที่กำหนดไว้ ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนกำหนดแนวทางการค้นคว้าหาความรู้เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา โดยการแบ่งให้สมาชิกในกลุ่มไปศึกษาหาความรู้

(3) การแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง (Self-directed Learning) ผู้เรียนแต่ละคนจะต้องไปแสวงหาความรู้ และต้องรับผิดชอบในการดำเนินงานของตนเองที่มีต่อกลุ่ม เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การประเมินผลการเรียนการสอนให้ผู้เรียนประเมินผลตนเอง (Self Evaluation) และการประเมินผลการปฏิบัติงานของสมาชิกกลุ่ม (Peer Group) การประเมินผลจึงนิยมใช้เพื่อการประเมินความก้าวหน้าของผู้เรียน (Formative Assessment) เพื่อผู้เรียนจะได้รู้ว่าตนเรียนรู้อะไรบ้าง และบกพร่องในจุดใด การประเมินผลเน้นที่กระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน และการประเมินผลรวมในการนำไปใช้ในสถานการณ์จริง (Summative Assessment)

สำนักเลขาธิการสภาการศึกษา (2550 อ้างอิงมาจาก สุคนธ์ สิ้นธพานนท์, 2558) ได้สรุปขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา เป็นขั้นที่ผู้สอนจัดสถานการณ์ต่าง ๆ กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิด ความสนใจ และมองเห็นปัญหา สามารถกำหนดสิ่งที่เป็นปัญหาที่ผู้เรียนอยากรู้อยากเรียนได้ และเกิดความสนใจที่จะค้นหาคำตอบ

ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา ผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหาที่ต้องการรู้ ซึ่งผู้เรียนจะต้องสามารถอธิบายสิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาได้

ขั้นที่ 3 ดำเนินการศึกษาค้นคว้า ผู้เรียนกำหนดสิ่งที่ต้องเรียน ดำเนินการศึกษากับตนเอง ด้วยวิธีการที่หลากหลาย

ขั้นที่ 4 สังเคราะห์ความรู้ เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้ค้นคว้ามาแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ร่วมกัน อภิปรายผลและสังเคราะห์ความรู้ที่ได้มาว่ามีความเหมาะสมหรือไม่ เพียงใด

ขั้นที่ 5 สรุปและประเมินค่าของคำตอบ ผู้เรียนแต่ละกลุ่มสรุปผลงานของกลุ่มตนเอง และประเมินผลงานว่าข้อมูลที่ศึกษาค้นคว้ามีความเหมาะสมหรือไม่ เพียงใด โดยพยายามตรวจสอบ แนวคิดภายในกลุ่มของตนเองอย่างอิสระ ทุกกลุ่มช่วยกันสรุปองค์ความรู้ในภาพรวมของปัญหาอีกครั้ง

ขั้นที่ 6 นำเสนอและประเมินผลงาน ผู้เรียนนำข้อมูลที่ได้มาจัดระบบองค์ความรู้และ นำเสนอเป็นผลงานในรูปแบบที่หลากหลาย ผู้เรียนทุกกลุ่มรวมทั้งผู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาร่วมกัน ประเมินผลงาน

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยเลือกใช้ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานของ สำนักเลขาธิการสภาการศึกษา เพราะมีขั้นตอนที่ชัดเจน และสำนักเลขาธิการสภาการศึกษาเป็น ส่วนราชการระดับกรมที่อยู่ในสังกัดของกระทรวงศึกษาธิการทำให้มีความน่าเชื่อถือ โดยมีขั้นตอน การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา ครูผู้สอนให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน จากนั้นครูผู้สอนนำปัญหามาจัดเป็นสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อให้ให้นักเรียนได้มองเห็นปัญหา กระตุ้นให้เกิดความอยากรู้ อยากเรียน และสนใจที่จะค้นหาคำตอบ

ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนในกลุ่มจะต้องร่วมกันทำการ วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา เพื่ออธิบายถึงข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และสิ่งที่ ปัญหาต้องการทราบ โดยครูผู้สอนมีบทบาทในการกระตุ้นโดยการถามคำถาม ให้นักเรียนเกิดการคิด และวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล พร้อมทั้งช่วยดูแล แนะนำ และตรวจสอบความถูกต้อง ความครอบคลุม

ขั้นที่ 3 ดำเนินการศึกษา นักเรียนในกลุ่มช่วยกันคิดหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล เงื่อนไข และสิ่งที่ปัญหาต้องการ กำหนดสิ่งที่ต้องศึกษา จากนั้นแบ่งหน้าที่แล้วดำเนินการศึกษา ค้นคว้าด้วยตนเอง โดยครูผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวก จัดหาวัสดุ เอกสาร สื่อการเรียนรู้ สื่อเทคโนโลยี และแนะนำแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ และให้กำลังใจแก่นักเรียน

ขั้นที่ 4 สังเคราะห์ความรู้ เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าด้วย ตนเองมาแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันภายในกลุ่ม นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอแนวคิดและวิธีการ แก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนด จากนั้นให้นักเรียนทุกคนร่วมกันแลกเปลี่ยนเรียนรู้ อภิปรายผล และสังเคราะห์ความรู้ วิธีต่าง ๆ ที่ได้มาว่ามีความถูกต้อง เหมาะสม เพียงพอต่อการนำไปใช้ตอบ คำถามหรือไม่ เพราะเหตุใด โดยครูผู้สอนร่วมแลกเปลี่ยนข้อมูล ความคิดเห็นต่าง ๆ กับนักเรียนและ ถามคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสร้างความคิดรวบยอด

ขั้นที่ 5 สรุปและประเมินค่าของคำตอบ เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุป ผลงานของกลุ่มตนเอง และประเมินผลงานของกลุ่มตนเองว่าข้อมูลที่ศึกษาค้นคว้ามีความถูกต้อง เหมาะสม และมีความเหมาะสมเหตุผลหรือไม่ โดยร่วมแสดงความคิดเห็น ตรวจสอบแนวคิดภายใน กลุ่มของตนเองอย่างอิสระ จากนั้นทุกกลุ่มช่วยกันประมวลผลสรุปองค์ความรู้ในภาพรวมของปัญหา อีกครั้ง โดยครูผู้สอนคอยกระตุ้นนักเรียนให้ร่วมแสดงความคิดเห็น สรุปผลงานของกลุ่ม ตรวจสอบ การประมวลผลการสร้างองค์ความรู้ใหม่และพิจารณาความเหมาะสม

ขั้นที่ 6 นำเสนอและประเมินผลงาน นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอข้อมูลที่ได้มาจัดระบบ องค์ความรู้ และนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน โดยมีครูผู้สอนประเมินความถูกต้อง

3. บทบาทของครูผู้สอน ในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

บุญเลี้ยง ทุมทอง (2556) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูผู้สอนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ ปัญหาเป็นฐานไว้ว่า ครูผู้สอนจะมีบทบาทเป็นผู้จัดประสบการณ์ให้นักเรียนให้มีวิธีการเรียนที่ถูกต้อง และเสริมสร้างสติปัญญาในระดับสูง และยังมีบทบาทเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียน สร้างบทเรียนที่เป็นสถานการณ์ปัญหาที่จะกระตุ้นให้นักเรียนได้เรียนรู้ในเนื้อหาที่เป็นแนวคิดสำคัญ

ของปัญหานั้นตลอดจนการประเมินผลการเรียน การเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียน
จึงมีบทบาทหน้าที่ดังนี้

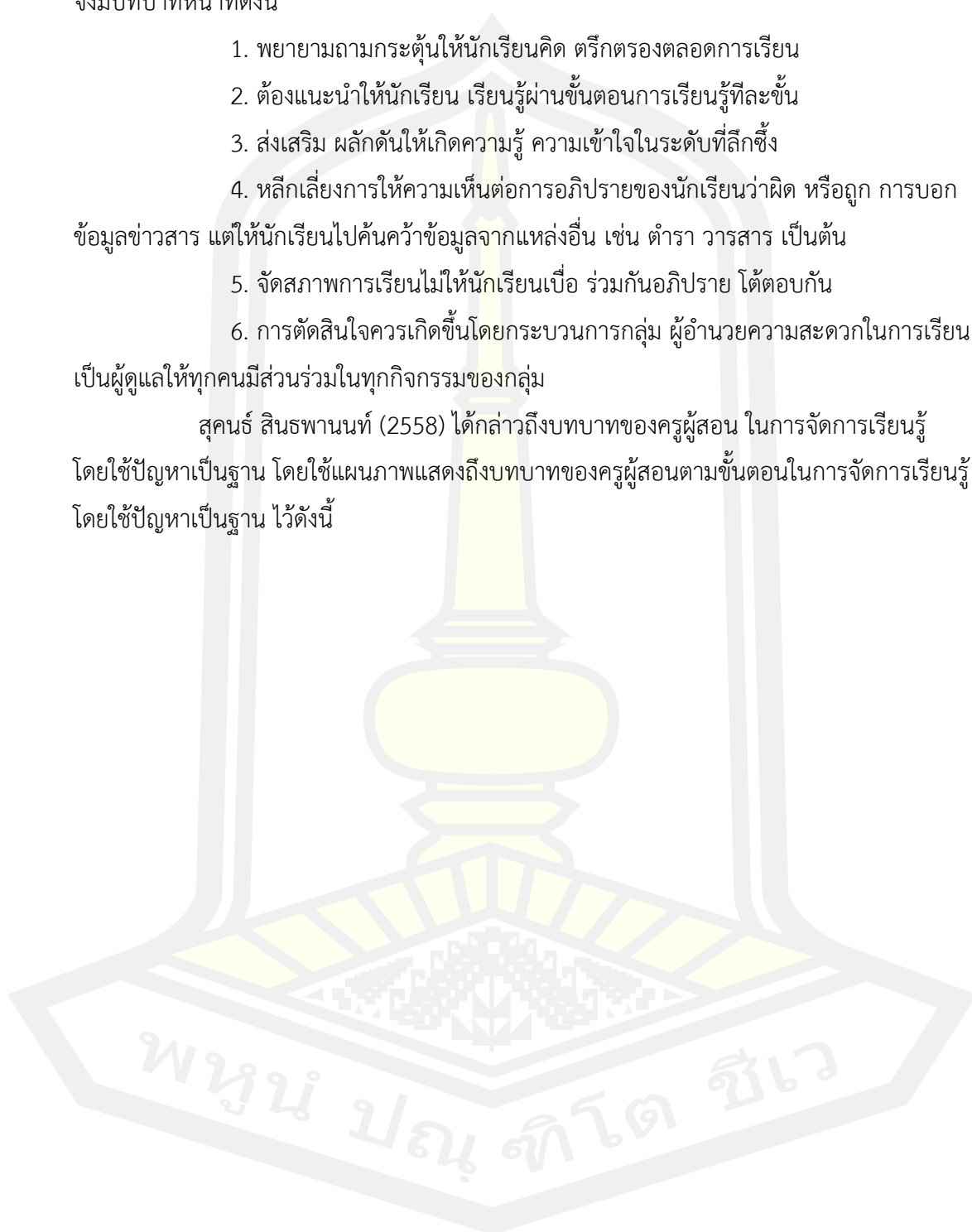
1. พยายามถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด ตรึกตรองตลอดการเรียน
2. ต้องแนะนำให้นักเรียน เรียนรู้ผ่านขั้นตอนการเรียนรู้ทีละขั้น
3. ส่งเสริม ผลักดันให้เกิดความรู้ ความเข้าใจในระดับที่ลึกซึ้ง
4. หลีกเลี่ยงการให้ความเห็นต่อการอภิปรายของนักเรียนว่าผิด หรือถูก การบอก

ข้อมูลข่าวสาร แต่ให้นักเรียนไปค้นคว้าข้อมูลจากแหล่งอื่น เช่น ตำรา วารสาร เป็นต้น

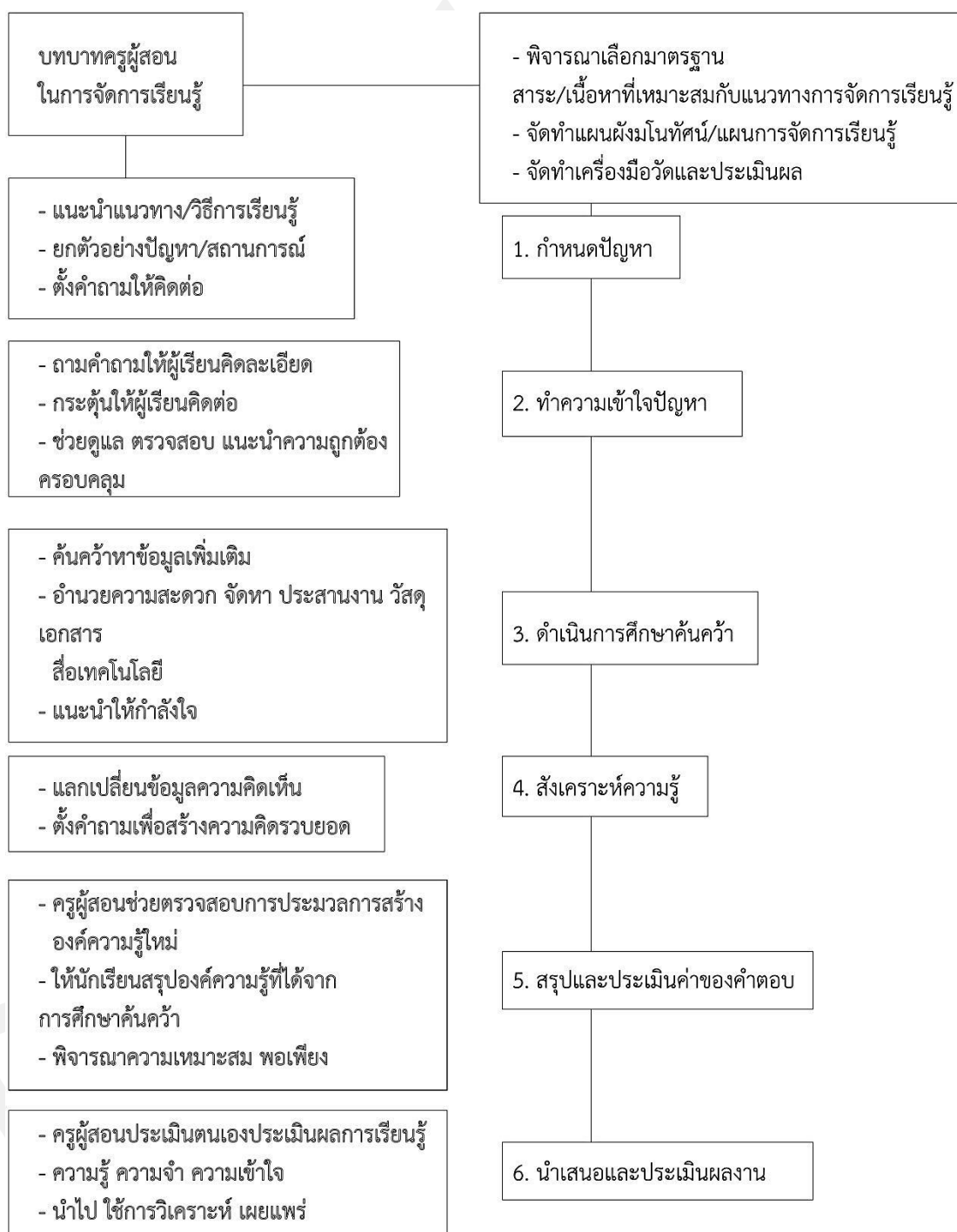
5. จัดสภาพการเรียนไม่ให้นักเรียนเบื่อ ร่วมกันอภิปราย ได้ตอบกัน
6. การตัดสินใจควรเกิดขึ้นโดยกระบวนการกลุ่ม ผู้อำนวยความสะดวกในการเรียน

เป็นผู้ดูแลให้ทุกคนมีส่วนร่วมในทุกกิจกรรมของกลุ่ม

สุคนธ์ สินธพานนท์ (2558) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูผู้สอน ในการจัดการเรียนรู้
โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน โดยใช้แผนภาพแสดงถึงบทบาทของครูผู้สอนตามขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้
โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ไว้ดังนี้



การเตรียมการของผู้สอน



ภาพประกอบ 2 แผนภาพแสดงถึงบทบาทของครูผู้สอนตามขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

สิริวัฒน์ อายุวัฒน์ (2560) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูและนักเรียนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานไว้ว่า ในการสอนแบบ PBL ครูผู้สอนจะปรับเปลี่ยนบทบาทเป็นผู้สนับสนุนการเรียนรู้หรือเป็นอาจารย์พี่เลี้ยง “Tutors” กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้โดยการถามคำถาม แทนการให้ความรู้และกำหนดแหล่งค้นคว้าความรู้ด้วยตนเอง กระตุ้นให้นักเรียนอภิปรายและประเมินผล ในการตั้งคำถามของผู้สนับสนุนการเรียนรู้ แบ่งเป็น 3 ระดับได้แก่ 1) Information คือ การถามเพื่อนำไปสู่ประเด็นหลัก เช่น ทำไม นักเรียนหมายถึงอะไร ทราบหรือไม่ว่าสิ่งนั้นหมายถึงอะไร 2) Application คือ การถามเพื่อให้นักเรียนนำความรู้ไปสู่การปฏิบัติ เช่น นักเรียนจะประยุกต์ความรู้ไปใช้กับสิ่งนั้นอย่างไร และ 3) Problem-solving คือ การถามเพื่อให้นักเรียนเรียนรู้ที่จะแก้ไขปัญหาด้วยตนเอง เช่น ทำไมคุณรู้ว่าสิ่งนี้ถูกต้องแล้ว เป็นต้น ซึ่งผู้สนับสนุนการเรียนรู้ควรมีคำถามทั้ง 3 ระดับเพื่อให้นักเรียนเกิดการวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล กระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการกลุ่ม ซึ่งบทบาทของผู้สนับสนุนการเรียนรู้ มีดังนี้

1. ปฐมนิเทศกระบวนการเรียนแบบ PBL ความคาดหวังของรายวิชาและวิธีการประเมินผล

2. สร้างบรรยากาศการเรียนรู้
3. ทำให้เกิดความชัดเจนของวัตถุประสงค์การเรียนรู้
4. มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้
5. ตั้งคำถามเพื่อให้เกิดความคิดวิเคราะห์แบบมีเหตุผล
6. ประเมินผลการเรียนรู้ และให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียน

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปบทบาทของครูและนักเรียนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานได้ว่าบทบาทของครูผู้สอนจะปรับเปลี่ยนเป็นผู้สนับสนุนการเรียนรู้ โดยมีบทบาทในการอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ในด้านต่าง ๆ ทั้งการสร้างบทเรียนที่เป็นสถานการณ์ปัญหาที่จะทำให้นักเรียนได้เรียนรู้ในเนื้อหาที่เป็นแนวคิดสำคัญของปัญหา จัดเตรียมเอกสาร สื่อการเรียนรู้ แนะนำแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ สร้างบรรยากาศการเรียนรู้ให้นักเรียนอภิปราย ได้ตอบกัน พร้อมทั้งพยายามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ โดยการถามคำถามให้นักเรียนเกิดการวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล เพื่อสร้างความคิดรวบยอด ตลอดจนประเมินผลการเรียนรู้

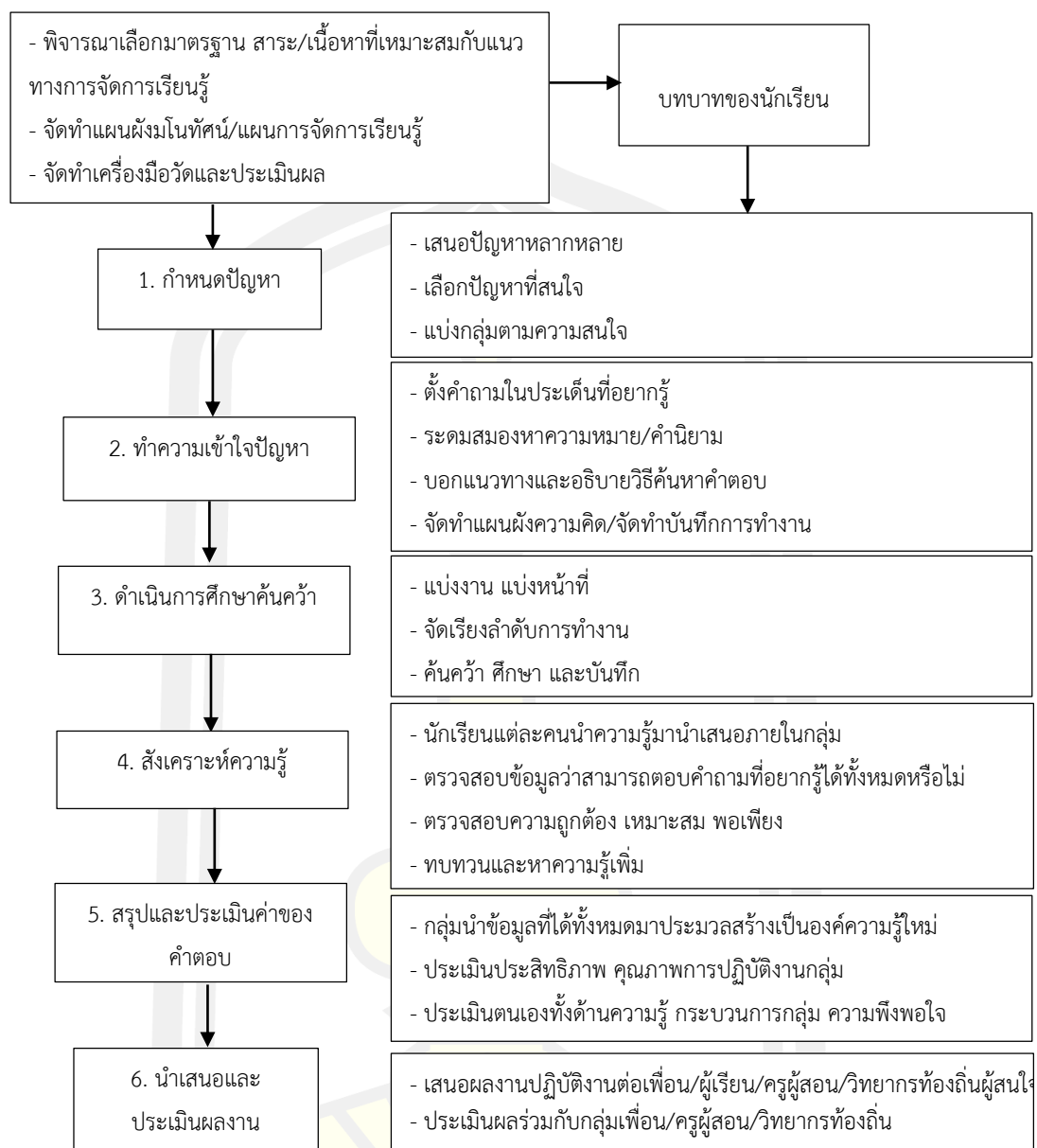
4. บทบาทของนักเรียน ในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

บุญเลี้ยง ทุมทอง (2556) ได้กล่าวถึงบทบาทของนักเรียนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานไว้ว่า นักเรียนที่จะประสบความสำเร็จในการเรียนโดยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน นักเรียนจะต้องมีความรู้ความสามารถเดิมที่เหมาะสมกับปัญหาที่จะเรียน ความสามารถในการติดต่อสื่อสารกับผู้อื่น เนื่องจากการเรียนการสอนเป็นกลุ่มย่อย ใช้กระบวนการกลุ่มในการเรียนรู้ ความตระหนักถึงความสำคัญในการรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย และดำเนินงานให้บรรลุ

เป้าหมาย ความกล้าในการตัดสินใจ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ บทบาทของนักเรียนในกลุ่มย่อยจึงเป็นเรื่องที่สำคัญ นักเรียนต้องมีบทบาทร่วมกันเพื่อแก้ปัญหาที่ได้รับ ให้ความร่วมมือภายในกลุ่ม เพื่อสร้างวัตถุประสงค์การศึกษา ถกเถียง ต่อรอง เพื่อสร้างกฎเกณฑ์ของกลุ่ม ร่วมกันทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ และประสิทธิผล พร้อมทั้งให้คำติชมอย่างเปิดเผย ตรงไปตรงมาต่อสมาชิกในกลุ่ม มีความซื่อสัตย์ รับผิดชอบ สมาชิกทุกคนในกลุ่มต้องผลักดันกันเป็นผู้นำกลุ่ม เพื่อเสริมประสบการณ์ในการเป็นผู้นำอย่างทั่วทุกคน

สุคนธ์ สินธพานนท์ (2558) ได้กล่าวถึงบทบาทของนักเรียน ในการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน โดยใช้แผนภาพ ไว้ดังนี้





ภาพประกอบ 3 แผนภาพแสดงถึงบทบาทของนักเรียนตามขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

สิริวัฒน์ อายุวัฒน์ (2560) ได้กล่าวถึงบทบาทของนักเรียนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานไว้ว่า ในการสอนแบบ PBL บทบาทของนักเรียนมีดังนี้

1. เรียนรู้ด้วยตนเอง กำหนดวัตถุประสงค์การเรียนรู้
2. ศึกษาค้นคว้าความรู้จากแหล่งข้อมูลที่เกี่ยวข้อง
3. แลกเปลี่ยนเรียนรู้กับเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม

4. ประยุกต์ความรู้สู่สถานการณ์ปัญหา
5. ประเมินผลการเรียนรู้
6. มีส่วนร่วมเชิงสร้างสรรค์ในกระบวนการเรียนรู้ในกลุ่ม

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปบทบาทของนักเรียน ในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานได้ว่า บทบาทของนักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน เนื่องจากการเรียนการสอนเป็นกลุ่มนักเรียนจึงต้องมีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย สามารถสืบค้นความรู้ และเรียนรู้ด้วยตนเอง กล้าคิด กล้าตัดสินใจ ร่วมแสดงความคิดเห็น แลกเปลี่ยนเรียนรู้กับเพื่อนในกลุ่มและร่วมกันแก้ปัญหา

การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

The Geometer's Sketchpad (GSP) ได้รับการพัฒนาเป็นส่วนหนึ่งของ Visual Geometry Project ซึ่งเป็นโครงการที่ได้รับการสนับสนุนจาก National Science Foundation ภายใต้การอำนวยการของ Dr.Eugene Klotz จาก Swarthmore College และ Dr.Doris Schattschneider จาก Moravian College ในมลรัฐ Pennsylvania Nicholas Jackiw ผู้สร้างและผู้พัฒนาโปรแกรม Sketchpad ได้พัฒนา Sketchpad รุ่นแรกขึ้นภายใต้สภาวะแวดล้อมทางการศึกษาแบบเปิด โดยมีครู นักวิจัย และผู้ใช้งานเป็นผู้ให้ข้อมูลในการออกแบบทำให้ Sketchpad ได้รับการพัฒนา สร้างกระแสนับอย่างล้นหลามและกระตือรือร้นกับโปรแกรมนี้นี้ ในฤดูใบไม้ผลิของปี 1991 Key Curriculum Press ได้เปิดตัว Sketchpad ในเวลานั้นมีครู นักเรียน และผู้รักเรขาคณิตหลายร้อยคนใช้ Sketchpad และส่วนใหญ่ได้พูดถึงเรื่องราวของ Sketchpad และรอคอยซอฟต์แวร์คณิตศาสตร์นี้สำหรับโรงเรียนในอุดมคติ จากนั้น Key Curriculum Press ได้พัฒนาอย่างต่อเนื่องเพื่อศึกษาโปรแกรม Sketchpad จะสามารถใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพในโรงเรียนได้อย่างไร โดยได้รับเงินสนับสนุนบางส่วนจาก National Science Foundation ผลของการวิจัยนี้ปรากฏอยู่ในหนังสือและเอกสารหลักสูตรเหล่านี้ และยังคงดำเนินการพัฒนา Sketchpad ต่อไปอย่างไม่หยุดยั้ง ผลการสำรวจครู อาจารย์ระดับประเทศในปี 1999 ซึ่งจัดทำโดย The University of California, Irvine พบว่า ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ทั่วประเทศส่วนใหญ่จัดอันดับให้โปรแกรม Sketchpad เป็น “โปรแกรมที่มีคุณค่ากับนักเรียนมากที่สุด” (दनัย ยังคง, 2551)

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นหนึ่งในโปรแกรมสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบพลวัต ที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีสนับสนุนให้ใช้จัดการเรียนการสอนและเริ่มแพร่หลายในวงการคณิตศาสตร์ของไทย ผู้ใช้โปรแกรม GSP สามารถใช้หลักพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการสอนการสร้างสื่อการสอนเป็นเครื่องมือให้นักเรียนได้สำรวจ

สืบเสาะ สรุป หรือแสดงการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือวิทยาศาสตร์ บางเรื่องหรืออาจใช้เพื่อเป็นเกมหรือเพื่อเพิ่มทักษะทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน โปรแกรม GSP สามารถช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งมากขึ้น สามารถจำลองสิ่งที่เป็นามธรรมให้เป็น รูปธรรมที่เคลื่อนไหวหรือเปลี่ยนแปลงได้ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนมีพัฒนาการทางด้านจินตนาการเกี่ยวกับ คณิตศาสตร์หรือเรื่องอื่น ๆ ได้ดีขึ้น เนื่องจากโปรแกรม GSP มีเครื่องมือที่ใช้แทนเส้นตรงและวงเวียน สำหรับสร้างรูปต่าง ๆ มีคำสั่งซึ่งเป็นเครื่องมือสำหรับวัดขนาดของมุมและความยาวแทน ไมโครแทรกเตอร์และไม้บรรทัด มีคำสั่งและเครื่องคำนวณสำหรับหาค่าของพื้นที่หรือคำนวณ ค่าต่าง ๆ ตลอดจนมีเครื่องมือช่วยเขียนกราฟของฟังก์ชันได้ โปรแกรม GSP จึงสามารถใช้ประกอบการ สอนคณิตศาสตร์ได้ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาจนถึงระดับมหาวิทยาลัย ดังตัวอย่างต่อไปนี้

1. ในระดับประถมศึกษา ครูสามารถให้นักเรียนฝึกสร้างรูปเรขาคณิตพื้นฐานได้แก่ รูปวงกลมและรูปหลายเหลี่ยม ฝึกออกแบบสร้างภาพวาดต่าง ๆ เช่น บ้าน การ์ตูน และนักเรียน สามารถใช้คำสั่งเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในการประดิษฐ์ลวดลายที่สวยงามและเคลื่อนไหวได้ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5-6 ครูอาจให้นักเรียนสำรวจความสัมพันธ์ในทางเรขาคณิตของ รูปแบบต่าง ๆ ด้วยตนเอง เช่น เส้นตรง 2 เส้นตัดกัน ให้สำรวจขนาดของมุมที่เกิดตรงจุดตัดว่ามุมที่อยู่ตรงข้ามกันนั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร มุมที่ประชิดกันมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

2. ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น นอกจากนักเรียนจะสามารถสร้างรูปพื้นฐานได้ เช่นเดียวกับนักเรียนระดับประถมศึกษาแล้ว ครูยังสามารถส่งเสริมให้นักเรียนสร้างรูปอื่น ๆ ที่ปกติแล้วการสร้างด้วยดินสอ ไม้บรรทัด ไม้พรแทรกเตอร์ทำได้ยาก แต่เมื่อใช้เครื่องมือในโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาช่วยในการสร้าง นักเรียนก็จะทำได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น จินตนาการที่หลากหลายของนักเรียนก็จะเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกัน สิ่งที่นักเรียนในระดับนี้ควรมีโอกาสฝึกฝนมากขึ้นคือการสำรวจหาความสัมพันธ์จากรูปเรขาคณิต ต่าง ๆ เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ว่าจะเกิดอะไรขึ้นหรือจะเป็นอย่างไร เช่น หาผลบวกของขนาด ของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมแบบต่าง ๆ เส้นแบ่งครึ่งของมุมภายนอกและมุมภายในของมุม ๆ หนึ่ง ของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ สัมพันธ์กันอย่างไร ซึ่งแต่ก่อนข้อความเหล่านี้นักเรียนรับรู้ได้โดยการ บอกของครูเท่านั้นครูอาจสาธิตให้นักเรียนดูหรือให้นักเรียนลองพิสูจน์ด้วยตนเอง การให้นักเรียนลอง ฝึกข้อความคาดการณ์หรือสมมติฐานจากการทดลองหลาย ๆ ครั้ง และหลาย ๆ รูปแบบก็จะเป็นการ ฝึกให้นักเรียนเป็นนักค้นคว้าที่ดีในอนาคต

3. ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย คณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนในระดับนี้ มีความเป็น นามธรรมมากขึ้น แต่ถ้าหากครูสามารถแสดงให้นักเรียนเห็นความเป็นรูปธรรมมากขึ้นเท่าใดนักเรียน ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ระดับปานกลางลงมากก็จะเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความสุขมากขึ้น เท่านั้น และแม้กระทั่งนักเรียนที่มีความสามารถระดับสูง เมื่อได้เห็นรูปภาพหรือกราฟที่ปรับขนาด

และเคลื่อนไหวได้ก็อาจจะทำให้จินตนาการที่มีอยู่แล้วเพิ่มมากขึ้นและสามารถค้นคว้าสิ่งใหม่เพิ่มขึ้นได้อีกด้วย

4. ในระดับมหาวิทยาลัย ได้นำโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) มาทดลองใช้กับนิสิตระดับมหาวิทยาลัย พบว่า นิสิตรู้สึกสนุกไปกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และได้ฝึกการวางแผนและเรียบเรียงความคิดอย่างเป็นขั้นเป็นตอนในการสร้างชิ้นงานเพื่อตอบปัญหาแต่ละข้อในชั้นเรียน

4.1 แนวคิดเกี่ยวกับการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546) ได้กล่าวถึงแนวคิดเกี่ยวกับการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่าโปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมหนึ่งที่ครูสามารถเรียนรู้ได้ไม่ยากนัก และเกิดแนวคิดในการไปบูรณาการกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โปรแกรมนี้สามารถช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตร และสามารถพัฒนานักเรียนให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะการจินตนาการ เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตัวเองตามความสามารถของตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถมีปฏิสัมพันธ์กับสื่อการสอนที่ครูสร้างด้วยโปรแกรม GSP หรือมีปฏิสัมพันธ์กับโปรแกรมอีกด้วย

दनัย ยังคง (2551) ได้กล่าวถึงแนวคิดเกี่ยวกับการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า โปรแกรม GSP มีเครื่องมือที่ใช้แทนวงเวียนและสันตรงสำหรับสร้างรูปต่าง ๆ มีคำสั่งซึ่งเป็นเครื่องมือสำหรับวัดขนาดของมุมและความยาวแทนไม้โปรแทรกเตอร์และไม้บรรทัด มีคำสั่งและเครื่องคำนวณสำหรับหาค่าของพื้นที่หรือคำนวณค่าต่าง ๆ ตลอดจนมีเครื่องมือช่วยเขียนกราฟของฟังก์ชันได้ ดังนั้นเราจึงสามารถใช้ The Geometer's Sketchpad ประกอบในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ทั้งในระดับประถมศึกษา และในระดับมัธยมศึกษา แม้กระทั่งในระดับมหาวิทยาลัย

รามนรี นนทภา (ม.ป.ป.) ได้กล่าวถึงแนวคิดเกี่ยวกับการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โปรแกรมสามารถช่วยให้นักเรียน เรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตร และสามารถพัฒนานักเรียนให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะการจินตนาการ เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตัวเองตามความสามารถของตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ความสามารถของโปรแกรมจะสามารถเปลี่ยนสถานะของรูปทรงเรขาคณิตหรือกราฟมา

เป็นรูปที่สามารถจัดกระทำได้ และยังมีฟังก์ชันที่สร้างภาพเคลื่อนไหว (Animation) ซึ่งทำให้ผู้เรียนได้ศึกษาและสังเกตพฤติกรรมของกราฟและรูปทรงทางเรขาคณิต

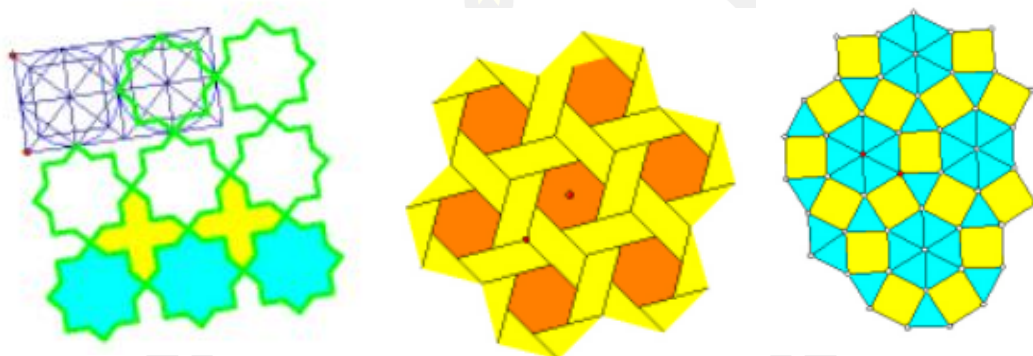
จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปแนวคิดเกี่ยวกับการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้ว่า โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) สามารถนำไปใช้ประกอบการสอนคณิตศาสตร์ได้ทั้งในระดับประถมศึกษา ระดับมัธยมศึกษา หรือระดับมหาวิทยาลัย เพราะโปรแกรมมีเครื่องมือในการสร้างรูปเรขาคณิต เส้นตรง กราฟ ฟังก์ชัน และเครื่องมืออื่น ๆ พร้อมทั้งคำสั่งในการวัดพื้นที่ วัดมุม วัดความยาวหรือ แม้แต่การคำนวณค่าต่าง ๆ ขึ้นอยู่กับแนวคิดในการนำไปบูรณาการกับการจัดการเรียนการสอน การนำโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) มาเป็นสื่อประกอบในการสอนวิชา คณิตศาสตร์นอกจากจะทำให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตรแล้วยังสามารถพัฒนาเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทักษะการจินตนาการ เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองตามความสามารถของตน

4.2 การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

กรองทอง ตริอาภรณ์ (2547) ได้กล่าวถึงการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า โปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมที่ช่วยนักเรียนในการสร้างรูปได้ง่าย ได้ภาพที่เป็นสื่อ นำความคิดที่ใช้ในวิชาคณิตศาสตร์แก้ปัญหาและสามารถให้ผู้เรียนทดลองและทดสอบว่าสิ่งที่สร้างเป็นจริงหรือเป็นเท็จได้ด้วยตนเอง ทำให้ผู้เรียนเข้าใจได้ง่ายและจดจำได้ดี นอกจากนี้การนำเสนอภาพที่เคลื่อนไหวได้ ทำให้ผู้เรียนรู้สึกว่าการเรียนคณิตศาสตร์น่าสนใจและไม่น่าเบื่ออีกต่อไป ในการใช้ GSP เป็นอุปกรณ์ช่วยสอนผู้สอนควรทำใบงาน กำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนไว้เพื่อให้ครอบคลุมเนื้อหาในหลักสูตร กำหนดขั้นตอนให้ผู้เรียนได้มีโอกาสทดลองปฏิบัติ เพื่อให้เกิดความมั่นใจและภูมิใจว่าสามารถทำได้ด้วยตนเอง จากนั้นจึงให้ผู้เรียนแลกเปลี่ยนหรือถ่ายทอดความรู้ให้ผู้อื่นโดยการให้อภิปราย ซักถามร่วมกันและสรุปเป็นข้อเท็จจริงจากสิ่งที่ได้ ให้นักเรียนแก้ปัญหาจากง่ายไปยากก่อน ปัญหาที่ท้าทายความคิดทำให้นักเรียนเกิดความสนใจ และสามารถใช้ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์งานศิลป์ที่ใช้รูปเรขาคณิตเป็นองค์ประกอบ

दनัย ยังคง (2551) ได้กล่าวถึงการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า โปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีเครื่องมือ คำสั่ง และเครื่องคำนวณสำหรับคำนวณค่าต่าง ๆ ตลอดจนเครื่องมือในการช่วยเขียนกราฟของฟังก์ชันดังนั้นเราจึงสามารถใช้ The Geometer's Sketchpad ประกอบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ได้ทั้งในระดับประถมศึกษา และระดับมัธยมศึกษา แม้กระทั่งระดับมหาวิทยาลัยได้ดังนี้

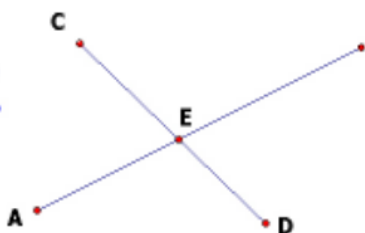
1. ระดับประถมศึกษา ครูอาจให้นักเรียนฝึกสร้างรูปเรขาคณิตพื้นฐาน ได้แก่ รูปวงกลมและรูปหลายเหลี่ยม ฝึกออกแบบสร้างภาพต่าง ๆ เช่น บ้าน การ์ตูน เมื่อสอนการใช้คำสั่งในเรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต นักเรียนก็สามารถประดิษฐ์รูปพลวตลายต่าง ๆ ที่สวยงามได้ โดยการสอนให้สามารถใช้เครื่องมือได้ เหมือนกับการสอนให้เปิด ปิดวิทยุหรือโทรทัศน์ หรือขับรถได้ โดยรู้เพียงหลักการที่สำคัญว่าจะให้ทำงานได้อย่างไร



ภาพประกอบ 4 ภาพการประดิษฐ์พลวตลายต่าง ๆ จากโปรแกรม GSP

นอกจากนักเรียนจะสร้างรูปต่าง ๆ ที่สวยงามได้แล้วรูปเหล่านั้นยังสามารถเคลื่อนไหวได้ นักเรียนจะมีจินตนาการของตนเองมากยิ่งขึ้นอย่างไม่รู้เบื่อ เพราะเขียนได้ง่าย ลบได้ง่าย และเปลี่ยนแปลงได้ง่าย สมกับวัยของนักเรียน สำหรับนักเรียนในระดับประถมศึกษาปีที่ 5-6 ครูอาจให้นักเรียนสำรวจความสัมพันธ์ในทางเรขาคณิตของรูปต่าง ๆ ด้วยตนเอง เช่น ส่วนของเส้นตรงสอง เส้นตัดกัน ให้สำรวจขนาดของมุมที่เกิดตรงจุดตัดว่ามุมที่อยู่ตรงข้ามกันสัมพันธ์กันอย่างไร มุมประชิดกันสัมพันธ์กันอย่างไร

$$\begin{aligned} m\angle AEC &= 70.65^\circ \\ m\angle BED &= 70.65^\circ \\ m\angle CEB &= 109.35^\circ \\ m\angle AED &= 109.35^\circ \end{aligned}$$



ภาพประกอบ 5 ภาพการสำรวจความสัมพันธ์ของขนาดมุมตรงข้ามและมุมประชิด

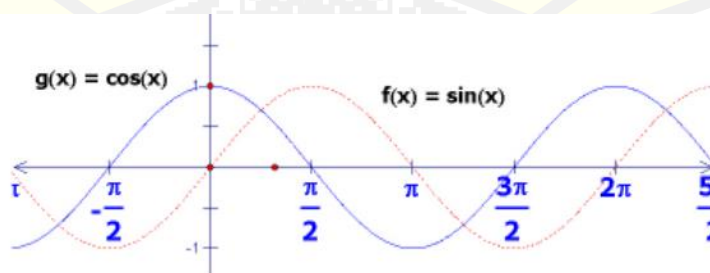
ที่เกิดจากส่วนของเส้นตรงสองเส้นที่ตัดกัน โดยใช้โปรแกรม GSP

2. ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น นอกจากนักเรียนจะสร้างรูปพื้นฐานได้

เช่นเดียวกับนักเรียนประถมศึกษาแล้ว ครูยังสามารถส่งเสริมให้นักเรียนสร้างรูปอื่น ๆ ที่ปกติแล้วสร้างด้วยดินสอ ไม้บรรทัด หรือไม้โปรแทรกเตอร์นั้นจะทำได้ยาก แต่เมื่อนักเรียนใช้เครื่องมือที่มีในโปรแกรม The Geometer's Sketchpad และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีมาช่วยในการสร้าง นักเรียนจะทำได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น จินตนาการที่หลากหลายของนักเรียนจะเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกัน สิ่งนี้นักเรียนในระดับนี้ควรมีโอกาสได้ฝึกฝนมากขึ้น คือ การสำรวจหาความสัมพันธ์จากรูปเรขาคณิตต่าง ๆ เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ว่าจะเกิดอะไรขึ้น หรือจะเป็นอย่างไร เช่น หาผลบวกของขนาดของมุมภายในของมุม ๆ หนึ่งของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ สัมพันธ์กันอย่างไร ซึ่งแต่ก่อนข้อความเหล่านี้ นักเรียนจะเริ่มรับรู้ได้โดยการบอกของครูเท่านั้น แล้วก็อาจให้นักเรียนลองพิสูจน์ด้วยตนเองหรือครูทำให้ดู แต่การให้นักเรียนลองฝึกสร้างข้อความคาดการณ์หรือสมมติฐานจากการทดลองหลาย ๆ ครั้ง และหลายรูปแบบ นักเรียนก็จะเป็นนักค้นคว้าที่ดีในอนาคต

3. ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย คณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนจะมีความเป็น

นามธรรมมากขึ้น แต่ถ้าหากครูสามารถแสดงให้เห็นนักเรียนเห็นเป็นรูปธรรมมากขึ้นได้เท่าใด นักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ระดับปานกลางก็จะเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความสุขมากขึ้นเท่านั้น และแม้กระทั่งนักเรียนที่มีความสามารถสูงเมื่อได้เห็นรูปภาพหรือกราฟที่ปรับขนาดและเคลื่อนไหวได้ ก็อาจจะทำให้จินตนาการที่เขามีอยู่แล้วเพิ่มมากขึ้นไปอีก และค้นคว้าสิ่งใหม่ ๆ เพิ่มขึ้นได้อีกด้วย เช่น ปัญหาที่ว่าถ้า $0 < x < \pi$ เมื่อใด $\sin x$ จึงจะมากกว่า $\cos x$ นักเรียนที่มีความสามารถต่ำกว่าระดับปานกลางลงมามักจะไม่เข้าใจความหมาย ไม่เห็นความสัมพันธ์และถ้าถามว่าเมื่อเปลี่ยนช่วงของ x เป็น $0 < x < 2\pi$ แล้วความสัมพันธ์ของ $\sin x$ และ $\cos x$ จะเป็นอย่างไร และเมื่อใด จินตนาการของนักเรียนมักไปไม่ถึง การให้นักเรียนเห็นกราฟซึ่งสร้างด้วยตนเองบ่อย ๆ และมีการอภิปรายมากขึ้น ความเข้าใจของนักเรียนจะเพิ่มมากขึ้น



ภาพประกอบ 6 กราฟของฟังก์ชันคอสและฟังก์ชันไซน์ที่สร้างจากโปรแกรม GSP

รามนรี นนทภา (ม.ป.ป.) ได้กล่าวถึงการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า โปรแกรม GSP สามารถใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาจนถึงระดับมหาวิทยาลัยได้ดังนี้

1. ในระดับประถมศึกษาครูสามารถให้นักเรียนฝึกสร้างรูปเรขาคณิตพื้นฐาน
2. ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นนอกจากนักเรียนจะสามารถสร้างรูปเรขาคณิตพื้นฐานได้เช่นเดียวกับระดับประถมศึกษาแล้วครูยังสามารถส่งเสริมให้นักเรียนสามารถสร้างรูปอื่น ๆ

3. ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียน เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นนามธรรมมากขึ้น แต่ถ้าหากครูผู้สอนสามารถแสดงให้นักเรียนเห็นความเป็นรูปธรรมมากขึ้นเท่าใดนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ระดับปานกลางลงมาก็จะเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความสุขมากขึ้นเท่านั้น และแม้กระทั่งนักเรียนที่มีความสามารถสูงเมื่อได้เห็นรูปภาพหรือกราฟที่ปรับขนาดและเคลื่อนไหวได้อาจจะทำให้จินตนาการที่มีอยู่แล้วเพิ่มมากขึ้น และสามารถค้นคว้าสิ่งใหม่เพิ่มขึ้นได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้ว่า ในการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เข้ามาเป็นอุปกรณ์ช่วยสอน ครูผู้สอนควรเตรียมใบงาน กำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ครอบคลุมเนื้อหาในหลักสูตร โดยกำหนดกิจกรรมให้เหมาะสมกับเนื้อหาและระดับชั้นของนักเรียน กำหนดขั้นตอนให้นักเรียนได้มีโอกาสทดลองปฏิบัติด้วยตนเอง แล้วจึงให้นักเรียนแลกเปลี่ยนหรือถ่ายทอดความรู้ให้ผู้อื่น โดยให้นักเรียนอภิปราย ซักถามร่วมกัน และสรุปเป็นข้อเท็จจริงจากสิ่งที่ได้โดยเริ่มจากปัญหาที่ง่ายไปยาก ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น นอกจากครูจะฝึกให้นักเรียนใช้โปรแกรมสร้างรูปเรขาคณิตพื้นฐานแล้ว ครูยังสามารถฝึกให้นักเรียนสร้างรูปอื่น ๆ ที่ปกติแล้วถ้านักเรียนใช้ดินสอ ไม้บรรทัด หรือไม้โปรแทรกเตอร์สร้างจะทำได้ยาก มาลองฝึกสร้างในโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) โดยใช้เครื่องมือที่มีในโปรแกรมและความรู้ทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการสร้าง การสร้างโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) นั้นจะทำได้ง่ายและรวดเร็วยิ่งขึ้น นอกจากนี้ครูควรให้นักเรียนฝึกฝน การสำรวจหาความสัมพันธ์จากรูปเรขาคณิตต่าง ๆ เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ว่าจะเกิดอะไรขึ้น หรือจะเป็นอย่างไร โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

1. ความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

กิตติพร ปัญญาภิบาล (2549) ได้กล่าวถึงความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการไว้ว่า การวิจัยเชิงปฏิบัติการ หมายถึง การศึกษาค้นคว้าอย่างมีระบบถึงการปฏิบัติงานของผู้ปฏิบัติงานเอง เพื่อเข้าใจดีขึ้นหรือแก้ปัญหาเกี่ยวกับงานที่ทำอยู่ การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น ซึ่งได้จากการรวบรวม การร่วมมือ การสะท้อนตนเองและการใช้วิจารณ์ญาณประกอบ ภายใต้กรอบจรรยาบรรณที่ยอมรับกัน

ปานรวิ ยงยุทธวิชัย และดนัย อุทรัพย์ (2552) ได้กล่าวถึงความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการไว้ว่าการวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action Research) คือ การวิจัยเพื่อแก้ไขปัญหาเฉพาะหน้า เพื่อที่จะนำผลไปใช้ในการปฏิบัติงานเฉพาะอย่างของผู้วิจัย

วรรณดี สุทธิธรรมากร (2556) ได้กล่าวถึงความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการไว้ว่า การวิจัยเชิงปฏิบัติการเป็นการวิจัยที่ก่อให้เกิดการเรียนรู้จากการปฏิบัติของกลุ่มคนที่ร่วมกันอธิบาย ปัญหา แก้ไขปัญหา และตรวจสอบความสำเร็จจากการแก้ไขปัญหา มีการทดลองปรับปรุงแก้ไขปัญหาใหม่ในครั้งต่อ ๆ มาจนกว่าจะถึงจุดที่พอใจ

ภัทรพร เกษสังข์ (2559) ได้กล่าวถึงความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการไว้ว่า การวิจัยเชิงปฏิบัติการ หมายถึง การค้นคว้าหาวิธีการเพื่อแก้ไขปัญหาอย่างเป็นระบบที่สอดคล้องกับสภาพการปฏิบัติงาน โดยนำไปทดลองปฏิบัติจริง พร้อมทั้งสังเกตและสะท้อนผลที่ได้ดำเนินการพัฒนาอย่างต่อเนื่องตามวงจรพัฒนาจนสำเร็จไปตามที่ต้องการ

จากที่กล่าวมาสรุปความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการได้ว่า การวิจัยเชิงปฏิบัติการเป็นการศึกษาค้นคว้าอย่างมีระบบ เพื่อให้เข้าใจหรือแก้ปัญหาเกี่ยวกับงานที่ทำอยู่

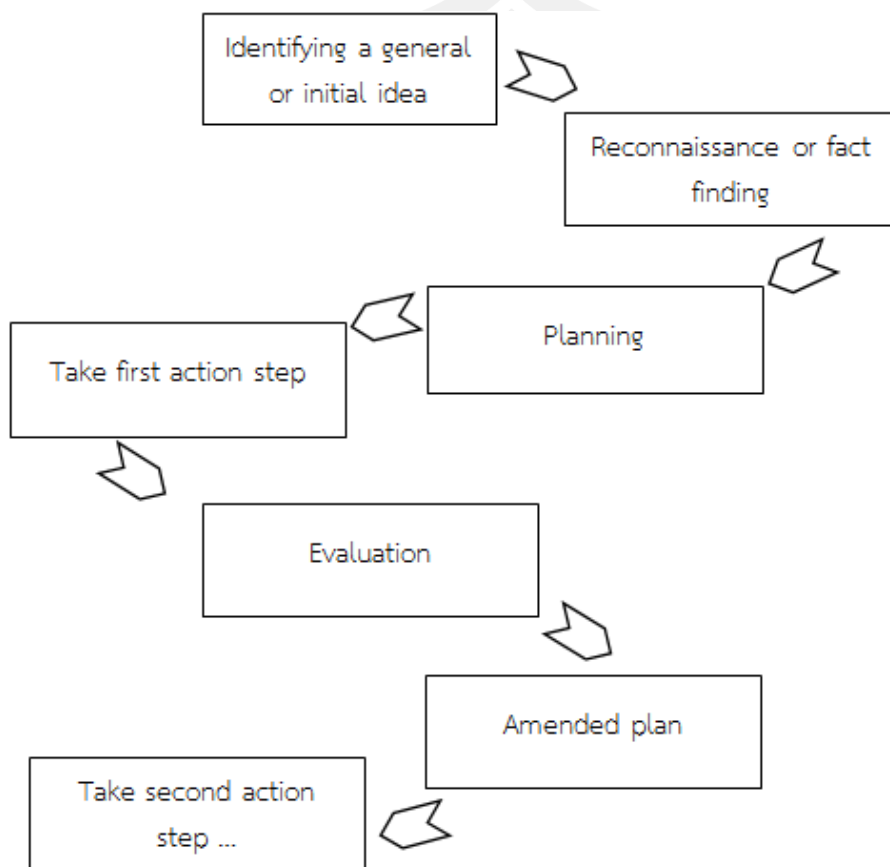
2. กระบวนการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

Lewin (1946 อ้างอิงมาจาก วรรณดี สุทธิธรรมากร, 2556) ได้กล่าวถึงกระบวนการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการไว้ว่า กระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการมี 3 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นการสำรวจปัญหาเพื่อนำไปสู่การวางแผน (Plan)
2. ขั้นการลงมือปฏิบัติตามแผน (Act)
3. การค้นพบความจริง (Fact Finding)

ซึ่งต่อมากระบวนการวิจัยได้พัฒนาสู่รูปแบบของเกลียว (Spiral) คือ การระบุปัญหาที่เกิดขึ้น (Identifying a General) แล้วทำการสำรวจเพื่อค้นหาปัญหาและสาเหตุที่แท้จริงของปัญหาเพื่อนำไปสู่การวางแผนแก้ไขปัญหา (Planning) จากนั้นจึงปฏิบัติตามแผน ซึ่งเป็นปฏิบัติการครั้งแรก (Take First Step) มีการประเมินผลของการปฏิบัติ (Evaluation) และปรับแผนให้ดีขึ้นกว่าเดิม

(Amended Plan) แล้วจึงทดลองปฏิบัติตามแผนเป็นครั้งที่สอง (Take Second Action Step) โดยวงจรดังกล่าวจะหมุนวนไปเรื่อย ๆ จนกว่าผู้ปฏิบัติงานเห็นว่าอึดตัว



ที่มา : Lewin (1946)

ภาพประกอบ 7 กระบวนการวิจัยของ Lewin

ภัทรพร เกษสังข์ (2559) ได้กล่าวถึงกระบวนการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการไว้ว่า กระบวนการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการมี 5 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 การกำหนดปัญหา เป็นการวิเคราะห์ปัญหาโดยพิจารณาจากความรุนแรงของปัญหาว่าปัญหาใดควรได้รับการแก้ไขหรือพัฒนาอย่างเร่งด่วน และวิเคราะห์สาเหตุของปัญหา จะได้ปัญหาที่ตรงต่อการพัฒนาที่ชัดเจน

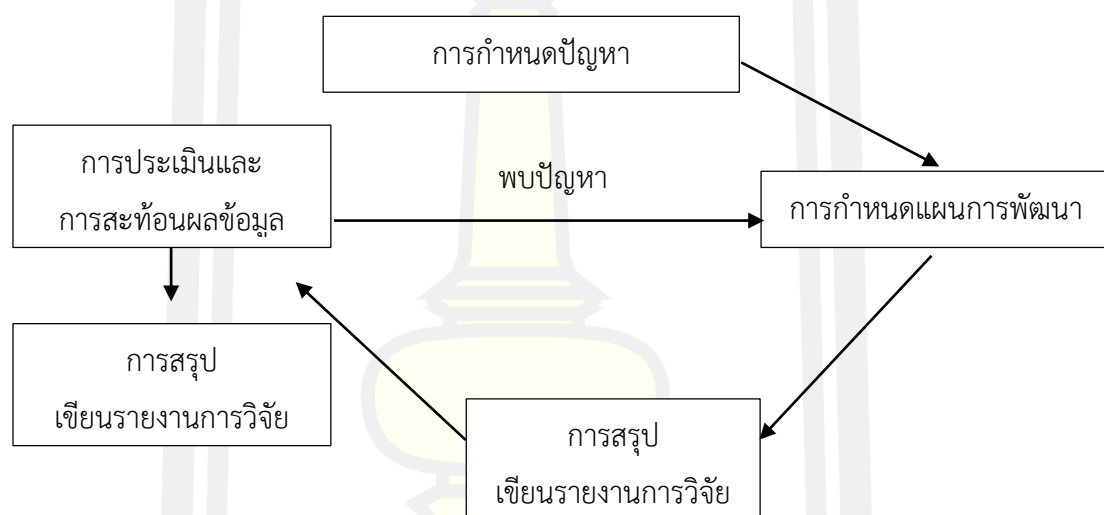
ขั้นที่ 2 การกำหนดแผนการพัฒนา เป็นการกำหนดแนวทางการวางแผนในการพัฒนาจากแนวทางต่าง ๆ ให้เหมาะสมกับลักษณะของปัญหาและสาเหตุของปัญหาที่แท้จริง

ขั้นที่ 3 การปฏิบัติตามแผนการพัฒนา เก็บรวบรวมข้อมูล และวิเคราะห์ข้อมูล เป็นขั้นตอนการปฏิบัติในการแสวงหาความรู้ตามที่ได้วางแผนไว้ตามแผน ซึ่งอาจใช้วิธีการต่าง ๆ

ตามที่ได้วางแผนไว้ เมื่อได้รับการพัฒนามีการเก็บรวบรวมข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้ได้ข้อมูลประกอบการสะท้อนผลการปฏิบัติ

ขั้นที่ 4 การประเมินและสะท้อนผลข้อมูล เป็นการนำข้อมูลที่ได้ทั้งข้อมูลเชิงปริมาณและข้อมูลเชิงคุณภาพเทียบกับปัญหาที่เกิดขึ้นก่อนการพัฒนาว่าผลที่ได้จากการพัฒนาเป็นไปในระดับใด และสอดคล้องบรรลุกับเป้าหมายที่กำหนดไว้หรือไม่ จากผู้วิจัยและผู้มีส่วนเกี่ยวข้อง ถ้าผลไม่เป็นไปตามที่เป้าหมาย หรือยังคงปัญหาอยู่ ผู้วิจัยและผู้มีส่วนเกี่ยวข้องร่วมกำหนดแผนการพัฒนางจรต่อไปจนผลเป็นไปตามเป้าหมายการพัฒนา

ขั้นที่ 5 การสรุปผล เขียนรายงานการวิจัย เป็นการแสดงถึงกระบวนการพัฒนาและผลการวิจัยที่ได้จากการพัฒนาเมื่อสิ้นสุดกระบวนการพัฒนา



ภาพประกอบ 8 กระบวนการดำเนินการวิจัยของภัทรพร เกษสังข์

Kemmis และ Mc taggart (1988 อ้างอิงมาจาก ประสาท เนืองเฉลิม, 2561)

Kemmis และ Mc taggart ได้นำเอาแนวคิดของ Lewin มาศึกษาและปรับปรุงรูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการ โดยกล่าวถึงกระบวนการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการไว้ว่า กระบวนการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การพัฒนาแผนการปฏิบัติเพื่อปรับปรุงสิ่งที่เป็นปัญหา เป็นการวางแผนที่มีโครงสร้างและแนวทางที่ชัดเจน แต่ควรมีความยืดหยุ่น และคำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงที่จะเกิดขึ้นในอนาคตที่อาจส่งผลกระทบต่อแผนที่กำหนดไว้
2. การปฏิบัติตามแผน เป็นการดำเนินการตามแนวทางที่ได้กำหนดไว้อย่างละเอียดรอบคอบ และมีการควบคุมอย่างเคร่งครัด

3. การสังเกตผลการปฏิบัติ เป็นการบันทึกข้อมูล หลักฐาน หรือร่องรอยต่าง ๆ อย่างมีวิจารณ์ญาณเกี่ยวกับผลที่ได้จากการปฏิบัติ โดยอาจใช้วิธีการและเครื่องมือวัดแบบต่าง ๆ เข้ามาช่วย ซึ่งสารสนเทศจากการสังเกตนี้จะนำไปสู่การสะท้อนผลและปรับปรุงการปฏิบัติงานอย่างเข้าใจและเป็นไปในทิศทางเดียวกัน

4. การสะท้อนผลการปฏิบัติ เป็นกระบวนการทบทวนการปฏิบัติจากบันทึกที่ได้จากการสังเกตว่าได้ผลเป็นอย่างไร มีปัญหาหรือข้อขัดแย้งอย่างไร เพื่อจะได้นำข้อมูลเป็นพื้นฐานประกอบการวางแผนในวงจรต่อไป

จากที่กล่าวมาผู้วิจัยใช้กระบวนการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการตามแนวคิดของ Kemmis และ Mc taggart เพราะเป็นกระบวนการดำเนินการวิจัยที่มีการแบ่งขั้นตอนการปฏิบัติออกเป็นวงจรปฏิบัติกรอย่างชัดเจน และต่อเนื่อง ผู้วิจัยสามารถเก็บรวบรวมข้อมูลในแต่ละวงจรปฏิบัติการ เพื่อนำไปปรับปรุง และใช้แก้ปัญหาในวงจรปฏิบัติการต่อไปได้ จนกว่าปัญหาจะได้รับการแก้ไขปรับปรุงให้มีประสิทธิภาพ และมีผลดีขึ้นตามที่ต้องการ โดยกระบวนการดำเนินการวิจัยมี 4 ขั้นตอน คือ ขั้นการวางแผนการปฏิบัติ (Planning) ขั้นปฏิบัติการตามแผน (Action) ขั้นการสังเกตผลการปฏิบัติ (Observation) และขั้นการสะท้อนผล (Reflection) โดยผู้สอนสามารถนำแนวทางของการวิจัยเชิงปฏิบัติการไปใช้เพื่อแก้ปัญหาในชั้นเรียน โดยผู้สอนสามารถวางแผนการปฏิบัติเพื่อให้ได้รูปแบบของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมกับสภาพปัญหาในชั้นเรียน

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

จิรนนท์ พึ่งกลิ่น (2555) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านค่าย จังหวัดระยอง มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่เกิดขึ้นกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และทักษะการทำงานร่วมกับผู้อื่น และ 2) ศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านค่าย จังหวัดระยอง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 50 คน ที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่มจากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 8 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน จำนวน 5 แผน แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบประเมินทักษะการทำงานร่วมกับผู้อื่น แบบประเมินความเหมาะสมของปัญหาที่นำมาใช้ในการ

จัดการเรียนรู้ และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน การวิเคราะห์ข้อมูลใช้การคำนวณค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสถิติทดสอบค่าที ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานหลังเรียนสูงกว่า ก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนมีทักษะการทำงานร่วมกับผู้อื่นในระดับปานกลาง และนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นฐานว่ามีความเหมาะสม

สมพร บุญประมวล (2557) ได้ศึกษาการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและสร้างเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ และการแก้โจทย์ปัญหาอนุพันธ์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีจุดประสงค์เพื่อ

- 1) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องอนุพันธ์ และการแก้โจทย์ปัญหาอนุพันธ์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยวิธีการสร้างเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 2) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่องอนุพันธ์และการแก้โจทย์ปัญหาอนุพันธ์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ด้วยวิธีการสร้างเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 75
- 3) เพื่อศึกษาความพึงพอใจในการเรียนรู้ของนักเรียนต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องอนุพันธ์และการแก้โจทย์ปัญหาอนุพันธ์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ด้วยวิธีการสร้างเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนพิมายวิทยา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 31 จำนวน 40 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องอนุพันธ์และการแก้โจทย์ปัญหาอนุพันธ์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ด้วยวิธีการสร้างเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบประเมินความพึงพอใจ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ค่าเฉลี่ย ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที (t-test) ผลวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องอนุพันธ์และการแก้โจทย์ปัญหาอนุพันธ์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ด้วยวิธีการสร้างเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สำหรับผลการประเมินความพึงพอใจที่มีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง อนุพันธ์และการแก้โจทย์ปัญหาอนุพันธ์ โดยการใช้โปรแกรม

The Geometer's Sketchpad ด้วยวิธีการสร้างเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมาก ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.89 ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.26

พงษ์พันธุ์ ไพศาลธรรม (2558) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้รูปแบบ IDEAL ร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีจุดประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้รูปแบบ IDEAL ร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้รูปแบบ IDEAL ร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 3) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้รูปแบบ IDEAL ร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 70 4) เพื่อศึกษาความพึงพอใจในการเรียนของนักเรียนหลังเรียน เรื่องการประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้รูปแบบ IDEAL ร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad กลุ่มตัวอย่างที่ใช้คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนหนองบัวละครวิทยา ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 6 หน่วยการเรียนรู้ เรื่องการประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 12 คน ได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบ IDEAL ร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad 2) แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3) แบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียน สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสถิติทดสอบค่าที (t-test) ผลวิจัยพบว่า

- 1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้รูปแบบ IDEAL ร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ของนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 24.33 หรือคิดเป็นร้อยละ 81.11
- 2) นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
- 3) นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
- 4) นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบ IDEAL ร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad โดยรวมอยู่ในระดับมาก

วิชชุดา วิศววิลาวัณย์ และชานนท์ จันทรา (2558) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทาง

คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์” มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์” โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน 2) ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง “ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์” โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน 3) ศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง “ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีธาสุมุท จังหวัดสมุทรสงคราม กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีธาสุมุท จังหวัดสมุทรสงคราม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 47 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 12 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยแบ่งออกเป็น 2 ชนิด 1) เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเรื่อง “ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์” 2) เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์” แบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์” และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานเรื่อง “ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์” การวิเคราะห์ข้อมูลใช้การคำนวณค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสถิติทดสอบค่าที จากผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ความสามารถในการให้เหตุผลหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานว่ามีความเหมาะสม

ปติณญา กันทะวงศ์ (2561) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) เรื่อง การนำเสนอบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง การนำเสนอบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดพุทธโสธรวรย์ 2) เพื่อศึกษาความพึงพอใจในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง การนำเสนอบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดพุทธโสธรวรย์ กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักเรียนปกติชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดพุทธโสธรวรย์ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 18 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ส่วนผลการสำรวจความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานอยู่ในระดับมากขึ้นไป คิดเป็นร้อยละ 94.76 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 80

ศศิวิมล ศรีวงษ์ และดุจดเดือน ไชยพิชิต (2562) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ให้มีคะแนนเฉลี่ยไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และ 2) พัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ให้มีคะแนนเฉลี่ยไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนหนองกุงเงินหนองโนพัฒนา ตำบลหนองกุงเงิน อำเภอกุเวียง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาขอนแก่น เขต 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 27 คน ได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 3 ชนิด ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดการเรียนรู้ แบบใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) ของระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง การบวก การลบ และการคูณทศนิยม จำนวน 12 แผน 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ และการคูณทศนิยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ 3) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ และการคูณทศนิยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เป็นข้อสอบแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ สถิติที่ใช้ในการ วิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าร้อยละ ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับร้อยละ 87.41 ของคะแนนเต็ม และมีนักเรียนจำนวน 23 คน ที่ผ่านเกณฑ์ เท่ากับร้อยละ 85.19 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับร้อยละ 75.67 ของคะแนนเต็ม และมีนักเรียน จำนวน 23 คน ที่ผ่านเกณฑ์เท่ากับร้อยละ 85.19 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

งานวิจัยต่างประเทศ

Firdaus, Wahyudin และ Herman (2017) ได้ศึกษาการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานและรูปแบบการสอนโดยตรง พบว่า ในการทดสอบก่อนเรียน-หลังเรียน ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) และรูปแบบการสอนโดยตรง (DI) ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) มีประสิทธิภาพมากกว่าในการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยรูปแบบการสอนโดยตรง (DI)

Masitoh และ Fitriyani (2018) ได้ศึกษาเกี่ยวกับปัจจัยที่สำคัญต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยได้ทำการวิจัยเชิงปฏิบัติการโดยดำเนินการสองรอบ แต่ละรอบประกอบด้วย การวางแผน การดำเนินการ การสังเกต และการวิเคราะห์ผู้เรียน ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานสามารถปรับปรุงและพัฒนาประสิทธิภาพในการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ในวงจรปฏิบัติการแรกความสามารถของนักเรียนยังคงอยู่ในระดับปานกลางและมีการเพิ่มขึ้นเมื่อสิ้นสุดวงจรปฏิบัติการที่สองซึ่งความสามารถของนักเรียนอยู่ในระดับสูง

Thangamani (2019) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติ โดยใช้โปรแกรม Geometer's Sketchpad พบว่า 1) นักเรียนที่เรียนโดยใช้โปรแกรม Geometer's Sketchpad มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกับนักเรียนที่เรียนด้วยการเรียนรู้แบบปกติ 2) โปรแกรม Geometer's Sketchpad สามารถยกระดับทัศนคติเชิงบวกของนักเรียนในการเรียนรู้ได้เพราะ GSP สามารถกระตุ้น สร้างความมั่นใจ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ควบคุมการเรียนรู้ของตนเอง และสามารถเรียนรู้ได้อย่างอิสระ

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ทั้งภายในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน พบว่าเป็นรูปแบบการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกพัฒนาในด้านของทักษะและความสามารถ โดยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะการทำงานร่วมกับผู้อื่น มีการคิดแก้ปัญหา คิดอย่างมีเหตุผลมากขึ้น และโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นโปรแกรมที่สามารถกระตุ้น สร้างความมั่นใจ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ควบคุมการเรียนรู้ของตนเอง และสามารถเรียนรู้ได้อย่างอิสระ พร้อมทั้งทำให้ผู้เรียนมีทัศนคติเชิงบวกในวิชาคณิตศาสตร์อีกด้วย ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำรูปแบบการสอนและโปรแกรม The Geometer's Sketchpad มาใช้ในการพัฒนาการสอน

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action Research) ตามแนวคิดของ Kemmis และ McTaggart เรื่อง การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้ผ่านเกณฑ์คะแนนร้อยละ 75 โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอน ดังนี้

1. กลุ่มเป้าหมาย
2. รูปแบบการวิจัย
3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. วิธีสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือ
5. การเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การจัดกระทำกับข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

กลุ่มเป้าหมาย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านไทยสมพร ตำบลหนองกุงทับม้า อำเภอวังสามหมอ จังหวัดอุดรธานี สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาเขต 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 ทั้งหมด 7 คน เป็นนักเรียนที่มีปัญหาทางด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 7 คน โดยดูจากผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียน เรื่องปริซึมและทรงกระบอก โดยผู้วิจัยใช้เนื้อหาเรื่องปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งเป็นพื้นฐานความรู้ในการเรียน เรื่อง ปริซึมและทรงกระบอก ซึ่งนักเรียนเคยเรียนผ่านมาแล้ว มาใช้เป็นเนื้อหาในการทำแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากผลการทดสอบพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้ง 7 คน มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่าเกณฑ์ที่ทางโรงเรียนกำหนดไว้ในแผนการพัฒนาศึกษาของโรงเรียน ที่คะแนนร้อยละ 75

รูปแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action Research) ตามแนวคิดของ Kemmis และ McTaggart (1988 อ้างอิงมาจาก ประสาท เนืองเฉลิม, 2561) มาเป็นแนวทางในการดำเนินการวิจัย โดยผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ปริซึมและทรงกระบอก ไว้ทั้งหมด 10 แผนการจัดการเรียนรู้ ใน 1 แผนการจัดการเรียนรู้ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง ในการทำวิจัยเชิงปฏิบัติการแต่ละวงจรปฏิบัติการตามขั้นตอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการวางแผน (Plan)

1. ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์สภาพปัญหาของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในรายวิชาคณิตศาสตร์ โดยรวบรวมข้อมูลผลการเรียนของผู้เรียน การสังเกตการณ์พฤติกรรมในการแก้ปัญหาและการเรียนรู้ของผู้เรียน
2. ศึกษาค้นคว้าเอกสาร แนวทางการแก้ปัญหา และรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน วิเคราะห์หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ปริซึมและทรงกระบอก ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องปริซึมและทรงกระบอก แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์นักเรียน และแบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 การปฏิบัติตามแผน (Act)

เป็นขั้นตอนที่ผู้วิจัยดำเนินการตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่จัดทำขึ้นกับกลุ่มเป้าหมาย โดยกำหนดเป็นวงจรการปฏิบัติ ดังนี้

- วงจรการปฏิบัติที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-5 เป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่เขียนโดยการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)
- วงจรการปฏิบัติที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6-10 เป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่เขียนโดยการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) และยุทธวิธีการเขียนรูป

ขั้นที่ 3 การสังเกตผลที่เกิดจากการปฏิบัติ (Observe)

ผู้วิจัยสังเกตและเก็บรวบรวมข้อมูล ขณะปฏิบัติการจัดการเรียนการสอนในแต่ละครั้ง โดยสิ่งที่สังเกตเห็นได้คือกระบวนการปฏิบัติ และผลของการปฏิบัติกิจกรรม รวมไปถึงพฤติกรรมที่สามารถสังเกตเห็นได้ด้วยตา ได้ฟัง และการใช้เครื่องมือดังนี้

1. ใช้แบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาของผู้เรียนและบันทึกผลของเหตุการณ์ขณะที่ทำการสอน โดยสังเกตจากกระบวนการการแก้ปัญหาของนักเรียน วิธีการและยุทธวิธีที่ใช้ในการ

แก้ปัญหา การทำงานร่วมกัน ความรับผิดชอบ และผลงานของผู้เรียน บันทึกพฤติกรรมที่เห็นตามสภาพจริง โดยไม่ใช่ข้อคิดเห็นส่วนตัว

2. ใช้แบบสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อที่จะได้ถาม-ตอบ และตรวจสอบความเข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหา กระบวนการคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ความกระตือรือร้น และความมั่นใจในการตอบคำถาม ก่อนที่นักเรียนจะได้รับการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา โดยใช้แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. ใช้แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในการประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยทดสอบนักเรียนเมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทุกแผนในแต่ละวงจร

ขั้นที่ 4 การสะท้อนผลหลังการปฏิบัติ (Reflect)

1. นำข้อมูลที่ได้จากการสังเกต การสัมภาษณ์ และการทำแบบทดสอบมาวิเคราะห์หาสาเหตุของปัญหา เพื่อนำข้อมูล ไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนากิจกรรมการจัดการเรียนการสอนให้มีคุณภาพดียิ่งขึ้น

2. หากพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียนยังไม่ผ่านเกณฑ์ตามที่กำหนด จะนำข้อมูลที่ได้มาปรับปรุง และออกแบบการจัดการเรียนการสอนในครั้งต่อไป

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้แบ่งเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ ได้แก่

แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องปริซึมและทรงกระบอก ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
จำนวน 10 แผน

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่

1. แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบข้อเขียน (Written Test) จำนวน 5 ข้อในการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนเมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทุกแผนในแต่ละวงจร และประเมินผลแบบทดสอบข้อเขียนโดยใช้วิธีการให้คะแนนแบบ Analytic Scoring โดยที่นักเรียนจะต้องเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาให้ครบทั้ง 4 ขั้นตอน เพื่อให้ผู้สอนทราบถึงแนวความคิด และระดับความเข้าใจของนักเรียนโดยตรง

2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียน เพื่อสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ในระหว่างการจัดการจัดการเรียนการสอนในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แบบสังเกต พฤติกรรมแบบตรวจสอบรายการ (Check List) สังเกตการทำงาน การทำกิจกรรมและการแก้ปัญหา ต่าง ๆ ในห้องเรียน ความกระตือรือร้นในการทำงาน การแสวงหาความรู้ใหม่ ๆ การตั้งคำถามและ การตอบคำถามโดยมีครูผู้ช่วยวิจัยเป็นผู้บันทึก

3. แบบสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อตรวจสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และ กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยลักษณะของคำถามที่ใช้จะไม่ต้องถามคำตอบที่เป็น ผลลัพธ์ของปัญหาเพียงอย่างเดียว แต่จะตรวจสอบความเข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหา ตรวจสอบ ความเข้าใจในเรื่องที่เรียนว่านักเรียนมีความเข้าใจหรือไม่ สามารถอธิบายงานที่นักเรียนทำได้ชัดเจน เพียงใด มีวิธีการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างไร มีความกระตือรือร้นในการตอบคำถามจาก สถานการณ์ที่กำหนดหรือไม่ ตลอดจนรายละเอียดอื่น ๆ ที่แบบทดสอบไม่สามารถวัดได้

วิธีการสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือ

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องปริซึมและทรงกระบอก ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการสร้างและหาคุณภาพ ดังนี้

1.1 ศึกษาคำอธิบายรายวิชาและจุดประสงค์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

1.2 ศึกษารูปแบบการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริม ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

1.3 วิเคราะห์หลักสูตรและเนื้อหาหลักสูตรสาระการเรียนรู้ รวมถึงการกำหนดสัดส่วน น้ำหนักความสำคัญของเนื้อหา ซึ่งผู้วิจัยได้วิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้เรื่องปริซึมและทรงกระบอก ซึ่งแบ่งเป็น 10 แผนการจัดการเรียนรู้ 2 วงจร ตามการออกแบบหน่วยการเรียนรู้

1.4 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหา สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้และ ตัวชี้วัด เรื่องปริซึมและทรงกระบอก ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตาราง 2 ความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญและตัวชี้วัด
เรื่อง ปริซึมและทรงกระบอก ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ชื่อแผนการจัดการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
วงจรการปฏิบัติที่ 1			
1. ขนมหวานทรงปริซึม	รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกว่า ปริซึม	1. นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของปริซึมได้ 2. นักเรียนสามารถคิดวิเคราะห์และตอบได้ว่ารูปทรงเรขาคณิตใดเป็นปริซึมโดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ 3. นักเรียนเข้าเรียนตรงเวลาและส่งงานตามที่กำหนด	1
2. กระดาษห่อกล่องของขวัญ	การหาพื้นที่ผิวของปริซึม ทำได้โดย หาพื้นที่ของด้านข้างทั้งหมด รวมกับพื้นที่ของฐานทั้งสอง	1. นักเรียนสามารถหาพื้นที่ผิวของปริซึมได้ 2. นักเรียนสามารถแสดงวิธีการคิดคำนวณในการหาพื้นที่ผิวของปริซึมได้ 3. นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนและการแก้ปัญหาใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์	1
3. มาทาสีบ้านกันเถอะ	การหาพื้นที่ผิวของปริซึมสามารถนำไปใช้ในการหาพื้นที่ผิวของสิ่งของที่มีรูปทรงปริซึมในชีวิตประจำวัน เช่น การหาพื้นที่ผิวของผนังห้องเพื่อประมาณจำนวนของสีที่ต้องใช้ ฯลฯ	1. นักเรียนสามารถหาพื้นที่ผิวของปริซึมจากสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันได้ 2. นักเรียนสามารถเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมและแสดงวิธีในการคิดคำนวณเพื่อหาพื้นที่ผิวของปริซึม โดยคำนึงถึงความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ 3. นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการแก้ปัญหาใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์	1

ตาราง 2 (ต่อ)

ชื่อแผนการจัดการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน ชั่วโมง
วงจรการปฏิบัติที่ 1			
4. นมกลองนี้ มี ปริมาตรเท่าไร	การหาปริมาตรของปริซึมใดๆ ทำได้โดย การนำพื้นที่ฐานคูณด้วยความสูง	1. นักเรียนสามารถหาปริมาตรของปริซึมได้ 2. นักเรียนสามารถแสดงวิธีการคิดคำนวณในการหาปริมาตรของปริซึมได้ 3. นักเรียนเข้าเรียนตรงเวลาและส่งงานตามที่กำหนด	1
5. อ่างเก็บน้ำ	การหาปริมาตรของปริซึมสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน เช่น การหาปริมาตรของน้ำในบ่อ ความจุของบิ๊ป ฯลฯ	1. นักเรียนสามารถหาปริมาตรของปริซึมจากสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันได้ 2. นักเรียนสามารถเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมและแสดงวิธีในการคิดคำนวณเพื่อหาปริมาตรของปริซึม โดยคำนึงถึงความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ 3. นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการแก้ปัญหาใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์	1
วงจรการปฏิบัติที่ 2			
6. กล่องขนมทรงกระบอก	รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานสองฐานเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการและอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และเมื่อตัดรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นด้วยระนาบที่ขนานกับฐานแล้วจะได้หน้าตัดเป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการกับฐานเสมอ เรียกรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นว่า ทรงกระบอก	1. นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของทรงกระบอกได้ 2. นักเรียนสามารถคิดวิเคราะห์และตอบได้ว่ารูปทรงเรขาคณิตใดเป็นทรงกระบอก โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ 3. นักเรียนเข้าเรียนตรงเวลาและส่งงานตามที่กำหนด	1

ตาราง 2 (ต่อ)

ชื่อแผนการ จัดการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน ชั่วโมง
วงจรการปฏิบัติที่ 2			
7. ที่ใส่ดินสอจาก กล่องขนม ทรงกระบอก	การหาพื้นที่ผิวของ ทรงกระบอก ทำได้โดย หา พื้นที่ของด้านข้างทั้งหมด รวมกับพื้นที่ของฐานทั้งสอง	1. นักเรียนสามารถหาพื้นที่ผิวของ ทรงกระบอกได้ 2. นักเรียนสามารถแสดงวิธีการคิด คำนวณในการหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก ได้ 3. นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการ เรียนและการแก้ปัญหาใหม่ ๆ ทาง คณิตศาสตร์	1
8. กระปุกออมสิน ของฉันทัน	การหาพื้นที่ผิวของ ทรงกระบอกสามารถ นำไปใช้ในการหาพื้นที่ผิว ของสิ่งของที่เป็น ทรงกระบอกใน ชีวิตประจำวัน เช่น การหา พื้นที่ผิวของฉลากด้านข้าง ของกระป๋อง หลังคาผ้าใบ ของเต็นท์ที่มีลักษณะเป็น ทรงกระบอกผ่าครึ่ง ฯลฯ	1. นักเรียนสามารถหาพื้นที่ผิวของ ทรงกระบอก จากสถานการณ์ปัญหาที่ เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันได้ 2. นักเรียนสามารถเลือกใช้วิธีการที่ เหมาะสมและแสดงวิธีในการคิดคำนวณ เพื่อหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก โดย คำนึงถึงความถูกต้องและความ สมเหตุสมผลของคำตอบ 3. นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการ แก้ปัญหาใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์	1
9. น้ำที่ไม่เต็ม แก้ว	การหาปริมาตรของ ทรงกระบอกทำได้โดย การ นำ พื้นที่ฐานคูณกับความสูง	1. นักเรียนสามารถหาปริมาตรของ ทรงกระบอกได้ 2. นักเรียนสามารถแสดงวิธีการคิด คำนวณในการหาปริมาตรของ ทรงกระบอกได้ 3. นักเรียนเข้าเรียนตรงเวลาและส่งงาน ตามที่กำหนด	1

ตาราง 2 (ต่อ)

ชื่อแผนการจัดการเรียนรู้	สาระสำคัญ	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน ชั่วโมง
วงจรการปฏิบัติที่ 2			
10. ความคุ้มค่ากับการซื้อปลากะป๋อง	การหาปริมาณของทรงกระบอกสามารถนำไปใช้ในการหาปริมาตรของสิ่งของในชีวิตประจำวัน เช่น การหาปริมาตรของถังเก็บน้ำทรงกระบอก ปริมาตรของปลากะป๋อง ฯลฯ	1. นักเรียนสามารถหาปริมาตรของทรงกระบอก จากสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันได้ 2. นักเรียนสามารถเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมและแสดงวิธีในการคิดคำนวณเพื่อหาปริมาตรของทรงกระบอก โดยคำนึงถึงความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ 3. นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการแก้ปัญหาใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์	1

1.5 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบ ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อพิจารณาตรวจสอบคุณภาพและความถูกต้องเหมาะสม และเสนอแนะแนวทางการปรับปรุงแก้ไข

1.7 ดำเนินการปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ ให้ถูกต้องเหมาะสมตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษา โดยปรับปรุงขั้นตอนของกิจกรรมการเรียนรู้บางขั้นตอน เพื่อให้สอดคล้องกับเนื้อหา และบรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้รวมถึงปรับเปลี่ยนให้เหมาะสมกับเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้

1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน ซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหา และกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านการวัดผลและประเมินผลเพื่อตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และการใช้ภาษา โดยผู้เชี่ยวชาญประกอบด้วย

1.8.1 ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นครชัย ขาญอุไร ปร.ด.สาขาวิจัยและประเมินผลการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม อาจารย์ประจำสาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษา คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี ผู้เชี่ยวชาญด้านการวิจัยและการประเมินผล

1.8.2 นางกมลพิไล อมรินทร์ กศ.ม. สาขาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยมหาสารคาม ครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ ตำแหน่งครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนศรีธาตุพิทยาคม ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และโปรแกรมGSP

1.8.3 นายพิสิทธิ์ น้อยสิงห์ทอง กศ.ม.สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยมหาสารคาม ครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ ตำแหน่งครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนกุมภวาปี ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการจัดการเรียนรู้

1.8.4 นางสาวกมล กอธ ศษ.ม. สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน (กลุ่มวิชาเฉพาะ การสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยขอนแก่น ครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ ตำแหน่งครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนประจักษ์ศิลปาคาร ผู้เชี่ยวชาญด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.8.5 นางวรรณ พะขุนทด ศษ.ม. สาขาวิชาบริหารการศึกษา มหาวิทยาลัยกรุงเทพธนบุรี ครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ ตำแหน่งครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนศรีธาตุพิทยาคม ผู้เชี่ยวชาญด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการจัดการเรียนรู้

โดยใช้แบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ ใช้เกณฑ์ระดับความคิดเห็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) โดยถือเกณฑ์การประเมินระดับคะแนนเฉลี่ย ดังนี้

- ค่าเฉลี่ย 4.51 – 5.00 อยู่ในระดับ เหมาะสมมากที่สุด
- ค่าเฉลี่ย 3.51 – 4.50 อยู่ในระดับ เหมาะสมมาก
- ค่าเฉลี่ย 2.51 – 3.50 อยู่ในระดับ เหมาะสมปานกลาง
- ค่าเฉลี่ย 1.51 – 2.50 อยู่ในระดับ เหมาะสมน้อย
- ค่าเฉลี่ย 1.00 – 1.50 อยู่ในระดับ เหมาะสมน้อยที่สุด

พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) มีค่าเฉลี่ยรายแผนการจัดการเรียนรู้ตั้งแต่ 4.81–4.96 และในภาพรวมมีความเหมาะสมอยู่ในระดับ เหมาะสมมากที่สุด ($\bar{X} = 4.89$)

2. แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยมีวิธีการสร้างและหาคุณภาพ ดังนี้

2.1 ศึกษาทฤษฎี วิธีสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2 วิเคราะห์หลักสูตร เนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้เพื่อกำหนดความสัมพันธ์ของเนื้อหาและพฤติกรรมชี้วัดด้านการแก้ปัญหา

2.3 สร้างแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยเป็นแบบทดสอบข้อเขียน (Written Test) จำนวน 2 ชุด ชุดละ 5 ข้อ ข้อละ 8 คะแนน รวม 40 คะแนน ใช้ในการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนเมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบ

ทุกแผนในแต่ละวงจร พร้อมสร้างเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบ Analytic Scoring ซึ่งเป็นการให้คะแนนแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาโดยผู้วิจัยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา โดยมี 4 ขั้นตอน ดังนี้ คือ ขั้นที่1การทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นที่3การดำเนินการตามแผน ขั้นที่4การตรวจสอบผล โดยใช้เกณฑ์การวัดและประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา Polya (1973) และใช้การให้คะแนนแบบทดสอบโดยใช้วิธีการให้คะแนนแบบ Analytic Scoring ซึ่งสอดคล้องกับเกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) อ้างอิงจากแนวคิดของโพลยา (Polya, 1973) โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

ตาราง 3 เกณฑ์การประเมินผลของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ตามแนวคิดของโพลยา

ขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา	ระดับคะแนน	พฤติกรรมที่แสดงออก
ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา	2	นักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องครบถ้วน
	1	นักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้บางส่วน
	0	นักเรียนไม่สามารถแสดงหรือระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา	2	นักเรียนสามารถวางแผนในการหาคำตอบโดยอาศัยประสบการณ์เดิมที่มีอยู่เชื่อมโยงกับเงื่อนไขในโจทย์ และระบุขั้นตอนทางคณิตศาสตร์และวิธีการที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเหมาะสมกับปัญหา
	1	นักเรียนสามารถวางแผนในการหาคำตอบโดยอาศัยประสบการณ์เดิมที่มีอยู่เชื่อมโยงกับเงื่อนไขในโจทย์ และระบุขั้นตอนทางคณิตศาสตร์หรือวิธีการที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน โดยอาจจะระบุขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ไม่ครบถ้วน หรือ

ตาราง 3 (ต่อ)

ขั้นตอนของ กระบวนการแก้ปัญหา	ระดับ คะแนน	พฤติกรรมที่แสดงออก
ขั้นที่ 3 การดำเนินการ ตามแผน		ระบุโน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ครบถ้วนแต่บอกวิธีการที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาไม่ได้
	0	นักเรียนไม่สามารถระบุโน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์หรือวิธีการที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ หรือระบุไม่ถูกต้องหรือไม่ปฏิบัติเลย
	2	แสดงวิธีการคำนวณที่ถูกต้องและได้คำตอบที่ถูกต้องครบถ้วน หรือได้คำตอบที่ถูกต้องครบถ้วนถึงไม่ได้แสดงวิธีทำแต่มีอะไรบางอย่างที่แสดงว่านักเรียนมีวิธีคิดถูกต้องควรให้คะแนนเต็ม
ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ ผล	1	แสดงวิธีการคำนวณที่ถูกต้องแต่ไม่ได้เปลี่ยนหน่วย หรือแสดงวิธีการทำถูกต้องแต่คำนวณผิดเล็กน้อยหรือคำนวณไม่สมบูรณ์
	0	แสดงวิธีการคำนวณผิดและได้คำตอบที่ผิด หรือได้คำตอบที่ผิดและไม่มีร่องรอยในการคำนวณหรือวิธีการคิดใด ๆ หรือไม่ได้คำตอบและไม่ได้แสดงวิธีการคำนวณ
	2	นักเรียนสามารถใช้ความรู้และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในการการพิสูจน์ หรือพิจารณาได้ว่าการคำตอบที่ได้มีความถูกต้องครบถ้วน หรือมีความสมเหตุสมผล หรือพิจารณาได้ว่าการคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีความสมเหตุสมผลแต่สามารถหาวิธีการแก้ปัญหาใหม่และปรับปรุงคำตอบให้ถูกต้องสมเหตุสมผลได้
	1	นักเรียนสามารถใช้ความรู้และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในการพิสูจน์ หรือพิจารณาได้ว่าการคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีความสมเหตุสมผลแต่ไม่สามารถหาวิธีการแก้ปัญหาเพื่อปรับปรุงคำตอบให้ถูกต้องได้
	0	นักเรียนไม่สามารถใช้ความรู้และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในการการพิสูจน์ หรือพิจารณาคำตอบหรือความสมเหตุสมผลได้ทำให้ได้คำตอบที่ผิดและไม่มีปรับปรุงคำตอบให้ถูกต้อง

2.4 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบความเหมาะสม ความถูกต้องเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข โดยปรับปรุงแบบทดสอบบางข้อให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ที่ต้องการวัดให้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น

2.5 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ เพื่อให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหากับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมดเป็นรายข้อ พบว่าแบบทดสอบมีค่า IOC อยู่ระหว่าง 0.80–1.00

3. แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียน ผู้วิจัยมีวิธีการสร้างและหาคุณภาพ ดังนี้

3.1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง

3.2 กำหนดกรอบเนื้อหา พฤติกรรม หรือประเด็นที่ต้องการสังเกต ได้แก่ การทำงาน การทำกิจกรรมต่าง ๆ ในห้องเรียน ความกระตือรือร้นในการทำงาน การทำกิจกรรม การแสวงหาความรู้และการตอบคำถามในห้องเรียน

3.3 สร้างแบบสังเกตพฤติกรรมการจัดการเรียนรู้ตามขอบข่ายประเด็นและพฤติกรรมที่กำหนด

3.4 นำแบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อตรวจสอบความเหมาะสม และข้อเสนอแนะแนวทางในการปรับปรุงแก้ไข โดยปรับปรุงข้อความเกี่ยวกับการแสดงออกถึงพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนที่ต้องการสังเกตให้ชัดเจนและสามารถสังเกตได้ขณะปฏิบัติกิจกรรม

3.5 ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษา แล้วนำแบบสังเกตพฤติกรรมที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับที่ตรวจแผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อตรวจสอบความเหมาะสม

3.6 นำแบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ไปใช้เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล

4. แบบสัมภาษณ์ ผู้วิจัยมีวิธีการสร้างและหาคุณภาพ ดังนี้

4.1 ศึกษาพฤติกรรมที่จะสัมภาษณ์นักเรียน ได้แก่ ความกระตือรือร้น ความมั่นใจในการตอบคำถาม และความเข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหา กระบวนการคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.2 นิยามข้อคำถามที่ต้องการสัมภาษณ์ให้ครอบคลุมกับพฤติกรรมที่ต้องการสัมภาษณ์

4.3 ร่างข้อคำถามจากนิยามที่ต้องการสัมภาษณ์ และเรียงลำดับให้ตอบได้อย่างราบรื่น

4.4 นำข้อคำถามที่ร่างขึ้น ไปทดลองสัมภาษณ์แล้วปรับปรุงแก้ไขในเบื้องต้น จากนั้นนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบ

4.5 ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษา แล้วนำแบบสัมภาษณ์ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วไปเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับที่ตรวจแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อตรวจสอบหาข้อเสนอแนะแนวทางในการปรับปรุง

4.6 ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญโดยปรับปรุง แล้วนำแบบสัมภาษณ์ไปใช้เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการเก็บข้อมูลด้วยตนเอง ซึ่งจะทำการเก็บข้อมูลในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 โดยเก็บข้อมูลจากกลุ่มเป้าหมาย ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านไทยสมพร ดังนี้

1. ชี้แจงและทำความเข้าใจกับนักเรียนเกี่ยวกับรูปแบบการจัดการเรียนการสอน โดยการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เพื่อเตรียมความพร้อมของนักเรียน
2. ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนกับกลุ่มเป้าหมายตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น
3. ในระหว่างจัดกิจกรรมการจัดการเรียนการสอนผู้วิจัย จะทำการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ โดยสังเกตจากพฤติกรรมการเรียนและการร่วมกิจกรรมของนักเรียน และใช้แบบสัมภาษณ์ผู้เรียนเพื่อสัมภาษณ์เกี่ยวกับกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และแบบฝึกทักษะ ได้แก่ ใบงาน ใบกิจกรรม หรือแบบฝึกหัดที่เกี่ยวกับเนื้อหาเรื่องปริซึมและทรงกระบอก
4. การสะท้อนผล หลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทุกแผนในแต่ละวงจร จะมีการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ข้อมูลมาสะท้อนผลการปฏิบัติ และปรับปรุงแก้ไขการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในวงจรต่อไป

การจัดกระทำกับข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ข้อมูลเชิงคุณภาพ นำข้อมูลที่ได้จากแบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน และแบบสัมภาษณ์นักเรียน แบบฝึกทักษะต่าง ๆ มาวิเคราะห์ ดีความ สรุปผล และนำมาสะท้อนผลการปฏิบัติกิจกรรม การจัดการเรียนรู้ เพื่อปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อยู่ และใช้เป็นแนวทางในการปฏิบัติการทดลองหรือการดำเนินการในวงจรต่อไป
2. ข้อมูลเชิงปริมาณ นำข้อมูลที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์ เพื่อนำมาสะท้อนผลการปฏิบัติในแต่ละวงจร เพื่อปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อยู่ และใช้เป็นแนวทางในการดำเนินการในวงจรปฏิบัติต่อไป

หลังจากดำเนินการสอนเสร็จสิ้นทุกวงจรปฏิบัติการจะนำแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ย ร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพื่อเทียบกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ค่าเฉลี่ย (Mean) หรือเรียกว่าค่ากลางเลขคณิต ค่ามัชฌิมเลขคณิต
(ประสาธ เนืองเฉลิม, 2560)

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$$

เมื่อ $\bar{x}$ แทน ค่าเฉลี่ย
 $\sum x$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดในกลุ่ม
 N แทน จำนวนคะแนนในกลุ่ม

2. ร้อยละ (Percentage) เป็นค่าสถิติที่นิยมใช้กันมากโดยเป็นการเปรียบเทียบความถี่หรือจำนวนที่ต้องการกับความถี่หรือจำนวนทั้งหมดที่เทียบเป็น 100 ค่าร้อยละจะแสดงความหมายของค่าและสามารถนำค่าที่ได้ไปเปรียบเทียบได้ (ประสาธ เนืองเฉลิม, 2560)

$$p = \frac{f}{N} \times 100$$

เมื่อ p แทน ค่าร้อยละ
 f แทน ความถี่ที่ต้องการแปลงให้เป็นค่าร้อยละ
 N แทน จำนวนความถี่ทั้งหมด

3. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) เป็นการวัดการกระจายที่นิยมใช้กันมาก เขียนแทนด้วย S.D. (ประสาธน์ เนื่องเฉลิม, 2560)

$$S.D. = \sqrt{\frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S.D. แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 X แทน ค่าคะแนน
 n แทน จำนวนคะแนนในแต่ละกลุ่ม
 $\sum$ แทน ผลรวม



บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับ ดังนี้

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ลำดับขั้นตอนในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล
3. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล

เพื่อให้แปลความหมายของการวิเคราะห์ข้อมูลมีความถูกต้อง มีความเข้าใจตรงกัน และเป็นสากล ผู้วิจัยจึงกำหนดสัญลักษณ์ ดังนี้

$\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ย

p แทน ร้อยละ

S.D. แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ลำดับขั้นตอนในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action Research) ตามแนวคิดของ Kemmis และ McTaggart เรื่อง การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้วิจัยได้ใช้แนวการสอนและรูปแบบการวิจัยดังกล่าวในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ โดยศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อนำมากำหนดเนื้อหาของแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้จะประกอบด้วยรูปแบบการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอน 6 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 3 ดำเนินการศึกษา ขั้นที่ 4 สังเคราะห์ความรู้ ขั้นที่ 5 สรุปและประเมินค่าของคำตอบ ขั้นที่ 6 นำเสนอและประเมินผลงาน กลุ่มเป้าหมายในการดำเนินงานวิจัยในครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านไทยสมพร สังกัดสำนักงานเขต

พื้นที่การศึกษาประถมศึกษาอุดรธานี เขต 2 จำนวน 7 คน โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการวิเคราะห์และนำเสนอข้อมูล ดังนี้

ผลการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการปฏิบัติการวิจัยในวงจรที่ 1 มีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการวางแผน (Plan)

ผู้วิจัยได้ทำการสำรวจสภาพปัญหาโดยการรวบรวมข้อมูลผลการเรียนของผู้เรียนสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียน และสัมภาษณ์ครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นอื่น ๆ ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ พบว่าในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผ่านมา ได้มีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย แต่ในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ต้องการให้นักเรียนหาข้อสรุปนั้นนักเรียนต้องให้ครูบอกแทนการสำรวจ สืบเสาะ ค้นคว้าด้วยตนเองแล้วจำข้อสรุปนั้นไปใช้อย่างไม่เข้าใจในเงื่อนไข ทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย และขาดความกระตือรือร้นในการเรียน ขาดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และขาดทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ด้วยตนเองจึงส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ ดังจะเห็นได้จากสรุปรายงานผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนโรงเรียนบ้านไทยสมพร ปีการศึกษา 2560-2561 ซึ่งมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดไว้คือร้อยละ 75 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็น ชั้นที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำที่สุด และมีแนวโน้มที่จะลดลง จากปัญหาดังกล่าวผู้วิจัยจึงได้ทำการวิเคราะห์สภาพปัญหา หาแนวทางในการแก้ปัญหาและออกแบบการจัดการเรียนรู้ รวมถึงศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อดำเนินการพัฒนาเครื่องมือสำหรับงานวิจัย ซึ่งประกอบไปด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 5 แผน แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียน และแบบสัมภาษณ์

ขั้นที่ 2 ขั้นการปฏิบัติตามแผน (Act)

เป็นขั้นที่ผู้วิจัยได้นำแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน และเครื่องมือที่สร้างขึ้นได้ดำเนินการกับกลุ่มเป้าหมาย ซึ่งมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน ปรากฏดังตาราง 4

ตาราง 4 การปฏิบัติการตามแผนในวงจรที่ 1

แผนที่	เรื่อง	วัน/เดือน/ปี
1	ขนมหวานทรงปริซึม	29/ต.ค./2563
2	กระดาษห่อของขวัญ	30/ต.ค./2563
3	มาทาสีบ้านกันเถอะ	3/พ.ย./2563
4	นมกล่องนี้มีปริมาตรเท่าไร	5/พ.ย./2563
5	อ่างเก็บน้ำ	6/พ.ย./2563

ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา เป็นขั้นที่ครูผู้สอนให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน จากนั้นครูผู้สอนนำปัญหามาจัดเป็นสถานการณ์ต่าง ๆ ผ่าน The Geometer's Sketchpad (GSP) โดยปัญหาที่ใช้จะเป็นปัญหาที่นักเรียนสามารถพบเจอ และนำไปประยุกต์ใช้ได้ในชีวิตประจำวัน เพื่อกระตุ้นความสนใจในการเรียนของนักเรียน

ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนในกลุ่มจะต้องร่วมกันทำการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาที่ครูจัดขึ้น เพื่ออธิบายข้อมูล เงื่อนไขต่าง ๆ และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ โดยมีครูคอยควบคุม ดูแล แนะนำและตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิดและวิเคราะห์

ขั้นที่ 3 ดำเนินการศึกษา เป็นขั้นที่นักเรียนในกลุ่มจะต้องช่วยกันคิด หรือใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการสำรวจความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล เงื่อนไข และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ รวมถึงกำหนดสิ่งที่นักเรียนจะต้องศึกษา จากนั้นแบ่งหน้าที่กันแล้วดำเนินการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง โดยมีครูผู้สอนคอยให้กำลังใจ อำนวยความสะดวกและแนะนำแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ ให้แก่นักเรียน

ขั้นที่ 4 สังเคราะห์ความรู้ เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองมาแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันภายในกลุ่ม และให้แต่ละกลุ่มนำเสนอแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหา จากนั้นให้นักเรียนทุกคนร่วมกันแลกเปลี่ยนเรียนรู้ อภิปรายผลและวิเคราะห์ความรู้ รวมถึงวิธีต่าง ๆ ที่ได้ศึกษามาว่ามีความถูกต้อง เหมาะสม และเพียงพอต่อการนำไปใช้ตอบคำถามหรือไม่ โดยครูผู้สอนร่วมแลกเปลี่ยนข้อมูล ความคิดเห็นต่าง ๆ กับนักเรียนและถามคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด

ขั้นที่ 5 สรุปและประเมินค่าของคำตอบ เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุปและประเมินผลงานของกลุ่มตนเองว่าข้อมูลที่ศึกษาค้นคว้ามีความถูกต้อง เหมาะสม และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยร่วมกันแสดงความคิดเห็น ตรวจสอบแนวคิดภายในกลุ่มของตนเอง

อย่างอิสระ จากนั้นทุกกลุ่มช่วยกันประมวลผลสรุปองค์ความรู้ในภาพรวมของปัญหาอีกครั้ง โดยครูผู้สอนคอยกระตุ้นนักเรียนให้ร่วมแสดงความคิดเห็น สรุปผลงานของกลุ่ม ตรวจสอบ การประมวลผลการสร้างองค์ความรู้ใหม่และพิจารณาความเหมาะสม

ขั้นที่ 6 นำเสนอและประเมินผลงาน เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละกลุ่มจะต้องนำข้อมูลที่ได้มาจัดระบบองค์ความรู้ และนำเสนอเป็นผลงานโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการสร้างและนำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยมีครูผู้สอนประเมินความถูกต้อง

ขั้นที่ 3 การสังเกตผลที่เกิดจากการปฏิบัติ (Observe)

ขั้นการสังเกตผลที่เกิดขึ้นจากการปฏิบัติ เป็นขั้นที่ผู้วิจัยสังเกตและเก็บรวบรวม ข้อมูลตามแผนที่วางไว้จากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในขณะที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แบบสังเกต พฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียน แบบสัมภาษณ์ และใช้แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนเมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-5 โดยมีรายละเอียดดังนี้

การจัดการเรียนรู้วงจรที่ 1 ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาวาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการสังเกตพฤติกรรม พบว่า

ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่มีความ กระตือรือร้นและให้ความสนใจในสถานการณ์ปัญหาที่ครูผู้สอนจัดขึ้นแต่นักเรียนคนที่ 6 และ 7 ซึ่งอยู่กลุ่มเดียวกัน ยังคงมีการพูดคุยและหยอกล้อกันและยังไม่สนใจสถานการณ์ปัญหาเท่าที่ควร ผู้วิจัยจึงกล่าวชมเชยนักเรียนที่มีความกระตือรือร้นและมีความสนใจในการเรียน ทำให้นักเรียนคนที่ 6 และ 7 พูดคุยหยอกล้อกันน้อยลง เมื่อเข้าสู่แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2-5 นักเรียนส่วนใหญ่รวมถึง นักเรียนคนที่ 6 และ 7 มีความสนใจในการเรียนเพิ่มขึ้นและเลิกพูดคุยหยอกล้อกันในขณะที่ครูกำลัง สอน

ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 นักเรียนในกลุ่มมี การปรึกษาหารือ ร่วมกันวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหากันภายในกลุ่มค่อนข้างดี แต่เมื่อต้องพูดคุยหรือ อธิบายนักเรียนส่วนใหญ่ยังคงไม่มีความมั่นใจในการพูด พูดเสียงเบา หรืออธิบายแล้วตามด้วยคำถาม ว่าใช่ไหมคะ/ครับ ผู้วิจัยจึงได้ทำการสอบถามนักเรียนทำให้ทราบถึงคำตอบที่มีลักษณะคล้ายกันว่า ที่ไม่ค่อยมั่นใจเวลาที่ต้องพูดหรืออธิบาย พูดเสียงเบา เป็นเพราะกลัวจะพูดหรืออธิบายผิด และยังไม่ความ เ็นอายอยู่ ผู้วิจัยจึงให้กำลังใจนักเรียนให้พูดด้วยความมั่นใจถึงผิดพลาดก็ร่วมกันแก้ไขได้ ในแผนการ จัดการเรียนรู้ที่ 2-4 นักเรียนส่วนใหญ่มีความมั่นใจในการพูดคุย อธิบาย และนำเสนอเสียงดัง และชัดเจน ขึ้น และในแผนการเรียนรู้ที่ 5 ที่สถานการณ์ปัญหามีความซับซ้อนมากขึ้นนักเรียนส่วนใหญ่มองข้าม เงื่อนไขบางเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาไป จึงทำให้ระบุข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาไม่ครบถ้วน

ผู้วิจัยจึงตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นการคิดและให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาใหม่อีกครั้ง จนได้ข้อมูลที่ครบถ้วนเพียงพอในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการศึกษา ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 นักเรียนคนที่ 1, 2 และ 4 สามารถวิเคราะห์สัมพันธ์ระหว่างข้อมูล เงื่อนไข และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ และระบุสิ่งที่ต้องศึกษาเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง นักเรียนคนที่ 3, 5, 6 และ 7 มีส่วนร่วมในการพูดคุย และร่วมวิเคราะห์สัมพันธ์ระหว่างข้อมูลแต่ยังระบุสิ่งที่ต้องศึกษาไม่ได้ ในการแบ่งหน้าที่กันเพื่อดำเนินการศึกษาในช่วงแรกสมาชิกในกลุ่มยังมีความขัดแย้งกันบ้างเล็กน้อย ผู้วิจัยจึงให้กำลังใจแก่นักเรียน เมื่อเริ่มแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 – 5 นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการวิเคราะห์ และพูดคุยกันมากขึ้น นักเรียนคนที่ 5 เริ่มระบุสิ่งที่ต้องศึกษาได้ ส่วนนักเรียนคนที่ 3, 6 และ 7 เริ่มมีการระบุสิ่งที่ต้องการศึกษาได้ในบางแผนการจัดการเรียนรู้

ขั้นที่ 4 สังเคราะห์ความรู้ นักเรียนคนที่ 1 และ 4 สามารถนำความรู้ที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองมาอธิบายให้เพื่อนฟังได้ถูกต้องชัดเจน นักเรียนคนที่ 2 และ 5 สามารถอธิบายให้เพื่อนฟังได้ แต่นักเรียนยังมีความประหม่าและเขินอายที่จะต้องอธิบายให้เพื่อนในกลุ่มฟัง ส่วนนักเรียนคนที่ 3, 6 และ 7 ยังไม่สามารถนำความรู้ที่ตนเองได้ไปศึกษามาอธิบายให้เพื่อนฟังได้ หรืออธิบายไม่ชัดเจน ผู้วิจัยจึงทำการสอบถามถึงปัญหา จึงทำให้ทราบว่าเนื่องจากนักเรียนอ่านใบความรู้เพียงผ่าน ๆ เท่านั้นเพราะเห็นตัวหนังสือเยอะ ๆ ก็ทำให้ไม่อยากอ่านต่อแล้วและขาดความรู้พื้นฐานเดิมจึงทำการศึกษาความรู้ด้วยตนเองเป็นไปอย่างติดขัด และไม่เข้าใจในเนื้อหาที่ต้องการศึกษาหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง ผู้วิจัยจึงให้กำลังใจให้นักเรียนและร่วมอภิปราย แลกเปลี่ยนเรียนรู้ ข้อมูล และความคิดเห็นต่าง ๆ กับนักเรียนมากขึ้น รวมถึงคอยตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นนักเรียนให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด

ขั้นที่ 5 สรุปและประเมินค่าของคำตอบ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 พบว่า นักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถร่วมกันแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังอธิบายเหตุผลได้ไม่ชัดเจนเท่าที่ควร ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2-4 ที่ต้องมีการคิดคำนวณพบว่าบางกลุ่มมีการคิดคำนวณผิดพลาดในส่วนที่เป็นการหาพื้นที่และการคูณทศนิยม ผู้วิจัยจึงได้สอบถามถึงปัญหา พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สับสนสูตรการหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติและลืมวิธีการคูณทศนิยมจึงทำให้เกิดความสับสน ผู้วิจัยจึงให้กำลังใจนักเรียน และตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นความคิดและทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับสูตรการหาพื้นที่และการคูณทศนิยม จากการตั้งคำถามผู้วิจัยพบว่า มีนักเรียนเพียง 3 คน เท่านั้นที่พอจะจำสูตรการหาพื้นที่และการคูณทศนิยมได้ หลังจากได้ทบทวนและร่วมกันแสดงความคิดเห็นแล้วนักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถแก้ไขข้อบกพร่องของกลุ่มตนเองได้ดีขึ้น และสามารถสรุปผลงานของกลุ่มตนเองได้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 นักเรียนกลุ่มหนึ่งแทนจำนวนที่ใช้ในการคิดคำนวณไม่ถูกต้อง เมื่อสอบถามทำให้พบว่านักเรียนนิยามภาพของปัญหาไม่ชัดเจน จึงทำให้เกิดความสับสนและแทนค่าผิด

ผู้วิจัยให้กำลังใจและตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนกลุ่มนี้มองเห็นภาพของปัญหาได้ชัดเจนและร่วมกันแก้ไขข้อบกพร่องอีกครั้ง

ขั้นที่ 6 นำเสนอและประเมินผลงาน เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละกลุ่มจะต้องใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการนำเสนอผลงานของกลุ่มตนเองในช่วงแรกนักเรียนยังใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ได้ยังไม่คล่องนักจึงทำให้เกิดความล่าช้าไปบ้าง แต่เมื่อใช้โปรแกรมไปสักพักก็สามารถดำเนินการเร็วขึ้นและทันเวลา ส่วนการนำเสนอหน้าชั้นเรียนพบว่าช่วงแรกในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-3 นักเรียนยังมีความประหม่าและเขินอาย ผู้วิจัยจึงกล่าวชมเชย ให้กำลังใจ ชื่นชมในความพยายามและกล้าแสดงออก ทำให้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4-5 นักเรียนรู้สึกดีและมีความมั่นใจในการนำเสนอมากขึ้น

ขั้นที่ 4 การสะท้อนผลหลังการปฏิบัติ (Reflect)

จากการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้โดยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม (GSP) ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ข้อมูลที่ได้สามารถสรุปได้ ดังนี้

1. เมื่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม

The Geometer's Sketchpad (GSP) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามวงจรที่ 1 สิ้นสุดลง ผู้วิจัยได้ทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการตรวจแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบ Analytic Scoring ที่มีเกณฑ์การประเมิน 3 ระดับ คือ 2 คะแนน, 1 คะแนน และ 0 คะแนน ตามแนวคิดของโพลยา ดังตัวอย่างการตรวจให้คะแนน ดังภาพประกอบ 9

2. นานาต้องการทำมุงคลุมเตียงทรงปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยเตียงของนานากว้าง 180 เซนติเมตร และยาว 200 เซนติเมตร ถ้านานาต้องการทำมุงให้มีขนาดเท่ากับเตียงพอดีและมีความสูงจากพื้น 150 เซนติเมตร นานาจะต้องซื้อผ้าสำหรับทำมุงอย่างน้อยกี่ตารางเมตร

วิธีทำ สิ่งที่ต้องคำนึงคือ มุงคลุมเตียงทรงปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้า

โดยเตียงกว้าง 180 ซม. ยาว 200 ซม. สูงขนาดเท่ากับเตียง

แต่สูงจากพื้น 150 ซม.

สิ่งที่เราต้องการหา คือ ผ้าสำหรับทำมุงอย่างน้อยกี่ตารางเมตร

2. นานาต้องการทำมุงคลุมเตียงทรงปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยเตียงของนานากว้าง 180 เซนติเมตร และยาว 200 เซนติเมตร ถ้านานาต้องการทำมุงให้มีขนาดเท่ากับเตียงพอดีและมีความสูงจากพื้น 150 เซนติเมตร นานาจะต้องซื้อผ้าสำหรับทำมุงอย่างน้อยกี่ตารางเมตร

วิธีทำ สิ่งที่ต้องคำนึงคือ มุงคลุมเตียงทรงปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้า

โดยเตียงกว้าง 180 ซม. ยาว 200 ซม. สูงขนาดเท่ากับเตียง

แต่สูงจากพื้น 150 ซม.

สิ่งที่เราต้องการหา คือ ผ้าสำหรับทำมุงอย่างน้อยกี่ตารางเมตร

จากใจรักในการเรียนเรื่องพี้นี่คือวิชาของปริซึม

พื้นที่ผิวของปริซึม = พื้นที่ผิวข้าง + พื้นที่ฐานทั้งสอง

แต่เนื่องจากหาหาจะคำนวณได้จึงคิดพื้นที่ด้านข้าง

วิธี 2 ปริมาตรปริซึม = กว้าง + ยาว x ความสูง

ภาพประกอบ 9 ตัวอย่างการตอบแบบทดสอบของนักเรียน ในวงจรปฏิบัติการที่ 1

ผลการตรวจแบบทดสอบความสามารถทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปรากฏได้ ปรากฏดังตาราง 5

ตาราง 5 แสดงผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วงจรที่ 1

นักเรียนคนที่	คะแนน (40)	คิดเป็นร้อยละ
1	27	67.50
2	23	57.50
3	21	52.50
4	24	60.00
5	21	52.50
6	20	50.00

ตาราง 5 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนน (40)	คิดเป็นร้อยละ
7	20	50.00
$\sum x$	156	
$\bar{X}$	22.29	
S.D.	2.56	
ร้อยละ	55.71	

จากตาราง 5 การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) พบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 22.29 จากคะแนนเต็ม 40 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 55.71 ซึ่งพบว่ายังไม่มีนักเรียนที่มีผลคะแนนผ่านเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือร้อยละ 75 ผู้วิจัยจึงดำเนินการวิจัยในวงจรที่ 2 ต่อไป

2. จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนโดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาและทำกิจกรรมต่าง ๆ ในห้องเรียนตั้งแต่เริ่มต้นจนจบชั่วโมงเรียนในแต่ละครั้งพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความกระตือรือร้นและให้ความสนใจในสถานการณ์ปัญหาที่ครูผู้สอนจัดขึ้น นักเรียนมีการปรึกษาหารือ ร่วมกันวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหากันภายในกลุ่มค่อนข้างดี สามารถวิเคราะห์สัมพันธ์ระหว่างข้อมูล เงื่อนไข และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ และระบุสิ่งที่จะต้องศึกษาเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องแต่ในสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้นนักเรียนส่วนใหญ่จะมองข้ามเงื่อนไขบางเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาไป จึงทำให้ระบุข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาไม่ครบถ้วน ในการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองมีนักเรียนบางคนเท่านั้นที่มีความอดทนและสามารถอธิบายให้เพื่อนฟังได้โดยยังคงประหม่าและเขินอายที่จะต้องอธิบายให้เพื่อนในกลุ่มฟัง และนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถนำความรู้ที่ตนเองได้ไปศึกษามาอธิบายให้เพื่อนฟังได้หรืออธิบายไม่ชัดเจน พูดคุ้ยหยาบกล้อกันบ้างขณะที่ครูสอน ตลอดจนขาดทักษะความรู้พื้นฐานเดิมทั้งการท่องสูตรคูณ การเปลี่ยนหน่วยการวัด และการหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติจึงทำให้เกิดความผิดพลาดในการคำนวณ

3. จากการสัมภาษณ์นักเรียนโดยใช้แบบสัมภาษณ์เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในกระบวนการคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพบว่านักเรียนบางคนสามารถ

บอกมโนทัศน์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องแต่ยังไม่สามารถอธิบายถึงขั้นตอนหรือวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้หรือบอกได้แค่บางส่วนเท่านั้นแต่ยังไม่สมบูรณ์ ในการสรุปคำตอบนักเรียนบางคนตอบได้ถูกต้องแต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลประกอบได้หรือบอกไม่ได้ว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้องครบถ้วน หรือสมบูรณ์หรือไม่ และมีนักเรียนบางคนที่ยังมองสถานการณ์ปัญหาบางสถานการณ์ไม่ออกจึงทำให้ไม่สามารถบอกมโนทัศน์หรือใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาได้ หรือบอกได้แค่บางส่วนเนื่องจากขาดความรู้พื้นฐานเดิมที่ต้องใช้ในการเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ และตอบคำถามโดยไม่ได้วิเคราะห์ถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบกับสถานการณ์ปัญหาจึงทำให้คำตอบที่ได้ผิดพลาด

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ปัญหาเพื่อหาแนวทางในการแก้ไขและนำไปพัฒนา

ในวงจรที่ 2 รายละเอียดปรากฏดังตาราง 6

ตาราง 6 ปัญหาและแนวทางการแก้ไข ในวงจรที่ 1

ปัญหา	แนวทางการแก้ไข
ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่มีความกระตือรือร้นและให้ความสนใจในสถานการณ์ปัญหาที่ครูผู้สอนจัดขึ้นแต่นักเรียนคนที่ 6 และ 7 ยังคงมีการพูดคุยและหยอกล้อกันบ้างในตอนแรก นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ค่อยมั่นใจเวลาที่พูดหรืออธิบาย พูดเสียงเบา เป็นเพราะกลัวจะพูดหรืออธิบายผิด ในสถานการณ์ปัญหามีความซับซ้อนนักเรียนส่วนใหญ่จะมองข้ามเงื่อนไขบางเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาไป	ผู้วิจัยให้กำลังใจ และพูดชมเชยให้นักเรียนมีความมั่นใจ กล้าแสดงออก และตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นความคิดของนักเรียนให้นักเรียนได้พิจารณาสถานการณ์ปัญหาให้ดี
ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนส่วนหนึ่งสามารถวิเคราะห์สัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเงื่อนไข และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ และระบุสิ่งที่จะต้องศึกษาเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่นักเรียนคนที่ 3, 5, 6 และ 7 ยังระบุสิ่งที่ต้องศึกษาไม่ได้หรือระบุได้แต่ไม่ครบถ้วน ในช่วงท้ายวงจรนักเรียนคนที่ 5 เริ่มระบุสิ่งที่ต้องศึกษาได้ ส่วนนักเรียนคนที่ 3, 6 และ 7 เริ่มมีการระบุสิ่งที่ต้องการศึกษาได้ในบางแผนการจัดการเรียนรู้	ผู้วิจัยตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นความคิดของนักเรียนให้นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบและพิจารณาให้ดีว่าข้อมูลที่มีครบถ้วน และเพียงพอต่อการแก้ปัญหา

ตาราง 6 (ต่อ)

ปัญหา	แนวทางการแก้ไข
ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน นักเรียนคนที่ 1 และ 4 สามารถนำความรู้ที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองมาอธิบายให้เพื่อนฟังได้ถูกต้องชัดเจน นักเรียนคนที่ 2 และ 5 สามารถอธิบายให้เพื่อนฟังได้ แต่นักเรียนยังมีความเขินอายที่จะต้องอธิบายให้เพื่อนในกลุ่มฟัง ส่วนนักเรียนคนที่ 3, 6 และ 7 ยังไม่สามารถนำความรู้ที่ตนเองได้ไปศึกษามาอธิบายให้เพื่อนฟังได้หรืออธิบายไม่ชัดเจนเนื่องจากนักเรียนอ่านใบความรู้เพียงผ่าน ๆ เท่านั้นเพราะเห็นตัวหนังสือเยอะ ๆ ก็ทำให้ไม่อยากอ่าน รวมถึงขาดความรู้พื้นฐานเดิมจึงทำการศึกษาความรู้ด้วยตนเองเป็นไปอย่างติดขัด และไม่เข้าใจในเนื้อหาที่ต้องการศึกษาหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง	ผู้วิจัยทบทวนความรู้เดิมหรือเนื้อหาที่จำเป็นต่อการเชื่อมโยงความรู้ใหม่ก่อนดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จัดเตรียมสื่อในการจัดการเรียนรู้ที่น่าสนใจเพิ่มเติม ให้กำลังใจให้นักเรียนรวมถึงคอยตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นนักเรียนให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด
ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล นักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถร่วมกันแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังอธิบายเหตุผลได้ไม่ชัดเจนเท่าที่ควร ในส่วนที่ต้องมีการคิดคำนวณพบว่าบางกลุ่มมีการคิดคำนวณผิดพลาด ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 นักเรียนกลุ่มหนึ่งแทนจำนวนที่ใช้ในการคิดคำนวณไม่ถูกต้อง เนื่องจากนักเรียนนิภาพของปัญหาไม่ชัดเจน จึงทำให้เกิดความสับสนและแทนค่าผิด และใช้เวลาในการทำกิจกรรมนานกว่าชั่วโมงเรียน	ผู้วิจัยนำยุทธวิธีการเขียนรูปหรือแผนภาพมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพิ่มเติม เพราะเป็นยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหาที่เกี่ยวข้องกับรูปเรขาคณิต ซึ่งจะทำให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการปฏิบัติการวิจัยในวงจรที่ 2 มีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการวางแผน (Plan)

ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลจากวงจรที่ 1 พบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 22.29 จากคะแนนเต็ม 40 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 55.71 ซึ่งยังไม่มีนักเรียนที่มีผลคะแนนผ่านเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ที่

กำหนดไว้คือร้อยละ 75 จากการสะท้อนผลในวงจรที่ 1 ปัญหาที่พบคือในสถานการณ์ปัญหาที่มีความซับซ้อนนักเรียนส่วนใหญ่จะมองข้ามเงื่อนไขบางเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหา มีนักเรียนบางส่วนเท่านั้นที่สามารถวิเคราะห์สัมพันธ์ระหว่างข้อมูล เงื่อนไข และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและระบุสิ่งที่จะต้องศึกษาเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่นักเรียนส่วนใหญ่ยังระบุสิ่งที่ต้องศึกษาไม่ได้หรือระบุได้แต่ไม่ครบถ้วน ในการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถนำความรู้ที่ตนเองได้ไปศึกษามาอธิบายให้เพื่อนฟังได้หรืออธิบายไม่ชัดเจนเนื่องจากนักเรียนอ่านใบความรู้เพียงผ่าน ๆ เท่านั้นเพราะเห็นตัวหนังสือเยอะ ๆ ก็ทำให้ไม่อยากอ่าน รวมถึงขาดความรู้พื้นฐานเดิมจึงทำการศึกษาความรู้ด้วยตนเองเป็นไปอย่างติดขัด และไม่เข้าใจในเนื้อหาที่ต้องการศึกษา ในส่วนของการคำนวณพบว่านักเรียนบางคนมีการคิดคำนวณผิดพลาดหรือแทนจำนวนที่ใช้ในการคิดคำนวณไม่ถูกต้อง เนื่องจากนักเรียนนิภาพของปัญหาไม่ชัดเจน จึงทำให้เกิดความสับสนและแทนค่าผิด ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้เพิ่มเติมการทบทวนความรู้เดิมหรือเนื้อหาที่จำเป็นต่อการเชื่อมโยงความรู้ใหม่ ก่อนดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จัดเตรียมสื่อในการจัดการเรียนรู้ที่น่าสนใจเพิ่มเติม เช่น สื่อการเรียนรู้แบบ AR ให้กำลังใจให้นักเรียนรวมถึงคอยตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นนักเรียนให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด และนำยุทธวิธีการเขียนรูปหรือแผนภาพมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เนื่องจากเป็นยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหาที่เกี่ยวข้องกับรูปเรขาคณิต ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจและมองปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น ในวงจรที่ 2 โดยใช้ร่วมกันกับการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) โดยมีขั้นตอน 6 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 3 ดำเนินการศึกษา ขั้นที่ 4 สังเคราะห์ความรู้ ขั้นที่ 5 สรุปและประเมินค่าของคำตอบ ขั้นที่ 6 นำเสนอและประเมินผลงาน

ขั้นที่ 2 ขั้นการปฏิบัติตามแผน (Act)

เป็นขั้นที่ผู้วิจัยได้นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงจากการสะท้อนผลในวงจรที่ 1 มาปรับใช้ และนำไปดำเนินการกับกลุ่มเป้าหมาย ซึ่งมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน ปรากฏดังตาราง 7

พูน ปณ จิต ชีวะ

ตาราง 7 การปฏิบัติการตามแผนในวงจรที่ 2

แผนที่	เรื่อง	วัน/เดือน/ปี
6	กล่องขนมทรงกระบอก	10/พ.ย./2563
7	ที่ใส่ดินสอจากกล่องขนมทรงกระบอก	12/พ.ย./2563
8	กระปุกอมสินของฉันทัน	13/พ.ย./2563
9	น้ำที่ไม่เต็มแก้ว	17/พ.ย./2563
10	ความคุ้มค่ากับการซื้อปลากะปอง	18/พ.ย./2563

ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา เป็นขั้นที่ครูผู้สอนให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน จากนั้นครูผู้สอนนำปัญหามาจัดเป็นสถานการณ์ต่าง ๆ ผ่าน The Geometer's Sketchpad (GSP) โดยปัญหาที่ใช้จะเป็นปัญหาที่นักเรียนสามารถพบเจอได้ในชีวิตประจำวัน เพื่อกระตุ้นความสนใจในการเรียนของนักเรียน

ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนในกลุ่มจะต้องร่วมกันทำการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาที่ครูจัดขึ้น เพื่ออธิบายข้อมูล เงื่อนไขต่าง ๆ และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ โดยมีครูคอยควบคุม ดูแล แนะนำและตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิดและวิเคราะห์

ขั้นที่ 3 ดำเนินการศึกษา เป็นขั้นที่นักเรียนในกลุ่มจะต้องช่วยกันคิด หรือใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการสำรวจความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล เงื่อนไข และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ รวมถึงกำหนดสิ่งที่นักเรียนจะต้องศึกษา จากนั้นแบ่งหน้าที่กันแล้วดำเนินการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง โดยมีครูผู้สอนคอยให้กำลังใจ อำนวยความสะดวก จัดหาสื่อเทคโนโลยีที่ทันสมัยและแนะนำแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ ให้แก่นักเรียน

ขั้นที่ 4 สังเคราะห์ความรู้ เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองมาแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันภายในกลุ่ม และให้แต่ละกลุ่มนำเสนอแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหา จากนั้นให้นักเรียนทุกคนร่วมกันแลกเปลี่ยนเรียนรู้ อภิปรายผลและวิเคราะห์ความรู้ รวมถึงวิธีต่าง ๆ ที่ได้ศึกษามาว่ามีความถูกต้อง เหมาะสม และเพียงพอต่อการนำไปใช้ตอบคำถามหรือไม่ โดยครูผู้สอนร่วมแลกเปลี่ยนข้อมูล ความคิดเห็นต่าง ๆ กับนักเรียนและถามคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด

ขั้นที่ 5 สรุปและประเมินค่าของคำตอบ เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุปและประเมินผลงานของกลุ่มตนเองว่าข้อมูลที่ศึกษาค้นคว้ามีความถูกต้อง เหมาะสม และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยร่วมกันแสดงความคิดเห็น ตรวจสอบแนวคิดภายในกลุ่มของตนเอง

อย่างอิสระ จากนั้นทุกกลุ่มช่วยกันประมวลผลสรุปองค์ความรู้ในภาพรวมของปัญหาอีกครั้ง โดยครูผู้สอนคอยกระตุ้นนักเรียนให้ร่วมแสดงความคิดเห็น สรุปผลงานของกลุ่ม ตรวจสอบ การประมวลผลการสร้างองค์ความรู้ใหม่และพิจารณาความเหมาะสม

ขั้นที่ 6 นำเสนอและประเมินผลงาน เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละกลุ่มจะต้องนำข้อมูลที่ได้มาจัดระบบองค์ความรู้ และนำเสนอเป็นผลงานโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการสร้างและนำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยมีครูผู้สอนประเมินความถูกต้อง

ขั้นที่ 3 การสังเกตผลที่เกิดจากการปฏิบัติ (Observe)

ขั้นการสังเกตผลที่เกิดขึ้นจากการปฏิบัติ เป็นขั้นที่ผู้วิจัยสังเกตและเก็บรวบรวม ข้อมูลตามแผนที่วางไว้จากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในขณะที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แบบสังเกต พฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียน แบบสัมภาษณ์ และใช้แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนเมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6-10 โดยมีรายละเอียดดังนี้

การจัดการเรียนรู้วงจรที่ 2 ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) และนำยุทธวิธีการเขียนรูป หรือแผนภาพมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพิ่มเติม เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาวงทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ดำเนินการทบทวนความรู้เดิมหรือเนื้อหาที่ จำเป็นต่อการเชื่อมโยงความรู้ใหม่ก่อนดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละแผนเพื่อแก้ปัญหานักเรียนที่ขาดความรู้พื้นฐานเดิม จากการสังเกตพฤติกรรม พบว่า

ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา นักเรียนทุกคนมีความตั้งใจ มีความกระตือรือร้นและ ให้ความสนใจกับสถานการณ์ปัญหามากขึ้นจากวงจรที่ 1 และไม่มีนักเรียนคนใดพูดคุ้ยหรือหยอกล้อ กันในขณะที่ครูกำลังสอน

ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่มีการปรึกษาหารือ ร่วมกันวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหากันภายในกลุ่มได้ดี นอกจากนี้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวาดรูป ขึ้นมาเพื่อช่วยในการทำทำความเข้าใจปัญหา รวมถึงใช้รูปวาดประกอบการอธิบายข้อมูลและสิ่งที่ปัญหา ต้องการทราบจากสถานการณ์ปัญหาได้อย่างครบถ้วนและพูดคุ้ยกับสมาชิกในกลุ่มด้วยความชัดเจน มั่นใจ แต่ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 นักเรียนคนที่ 6 และ 7 ยังระบุเงื่อนไขของปัญหาได้ไม่ครบแต่ นักเรียนมีความอดทนและพยายามที่จะระบุเงื่อนไขของโจทย์ให้ได้ ผู้วิจัยจึงตั้งคำถามกระตุ้นความคิด ของนักเรียนเพิ่มเติม จนทำให้สามารถระบุข้อมูลและเงื่อนไขได้ครบถ้วนสมบูรณ์

ขั้นที่ 3 ดำเนินการศึกษา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมกับ ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล เงื่อนไข สิ่งปัญหาต้องการทราบ และสามารถระบุเรื่องที่่ต้องศึกษา

เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาได้ และมีนักเรียนคนที่ 3, 6 และ 7 ที่ยังไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้และระบุสิ่งที่ต้องศึกษาเพื่อแก้ปัญหาได้ในบางแผนการจัดการเรียนรู้

ขั้นที่ 4 สังเคราะห์ความรู้ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถดำเนินการศึกษาหาความรู้ได้ด้วยตนเองและนำความรู้ที่ได้จากการศึกษาค้นคว้ามาพูดคุย อภิปรายร่วมกันกับสมาชิกในกลุ่มได้ถูกต้องชัดเจน นักเรียนคนที่ 2 และ 5 มีความมั่นใจในการพูดคุย อภิปรายมากขึ้น ส่วนนักเรียนคนที่ 3, 6 และ 7 มีความสนใจในสื่อการเรียนรู้แบบ AR ทำให้การศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองเป็นไปได้อย่างราบรื่นยิ่งขึ้น ในการอภิปรายแม้จะมีการติดขัดบ้างแต่ก็สามารถนำความรู้ที่ตนเองได้ไปศึกษามาร่วมอภิปรายกับเพื่อนภายในกลุ่มได้ดีขึ้นกว่าวงจรที่ 1 และแต่ละกลุ่มสามารถนำเสนอแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ได้ดียิ่งขึ้น

ขั้นที่ 5 สรุปและประเมินค่าของคำตอบ นักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถร่วมกันแก้ปัญหาได้ดี มีการคิดคำนวณผิดพลาดน้อยลงแต่ละกลุ่มมีการแก้ไขข้อบกพร่องได้ดีขึ้น จากการสังเกตนักเรียนคนที่ 3, 5 และ 7 ในการบันทึกใบกิจกรรมกลุ่มส่วนใหญ่จะมีส่วนร่วมในการพูดคุย อภิปรายเท่านั้น ในการคำนวณจะมีส่วนร่วมในการคิดคำนวณจะมีส่วนร่วมน้อยกว่าสมาชิกคนอื่น ๆ ในกลุ่ม และเนื่องจากในการคำนวณเกี่ยวกับเรื่องของทรงกระบอกซึ่งมีค่าของ π มาเกี่ยวข้องในการคิดคำนวณ จึงทำให้ใช้เวลาในการคำนวณมากกว่าปกติ

ขั้นที่ 6 นำเสนอและประเมินผลงาน ในการนำเสนอผลงานของกลุ่มโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ได้ทันเวลา นักเรียนกล้าแสดงออก และมีความมั่นใจในการนำเสนอมากขึ้น

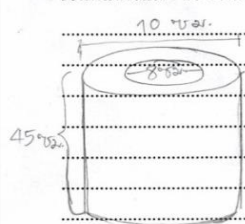
ขั้นที่ 4 การสะท้อนผลหลังการปฏิบัติ (Reflect)

จากการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้โดยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ข้อมูลที่ได้สามารถสรุปได้มีดังนี้

1. เมื่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม

The Geometer's Sketchpad (GSP) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และนำยุทธวิธีการเขียนรูปหรือแผนภาพมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตามวงจรที่ 2 สิ้นสุดลง ผู้วิจัยได้ทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการตรวจแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบ Analytic scoring ที่มีเกณฑ์การประเมิน 3 ระดับ คือ 2 คะแนน, 1 คะแนน และ 0 คะแนน ตามแนวคิดของโพลยา ดังตัวอย่างการตรวจให้คะแนน ดังภาพประกอบ 10

4. ท่อระบายน้ำท่อนหนึ่งยาว 45 เซนติเมตร วัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในและภายนอกได้ 8 เซนติเมตรและ 10 เซนติเมตร ตามลำดับ จงหาปริมาตรของวัสดุที่ใช้ทำท่อระบายน้ำท่อนนี้

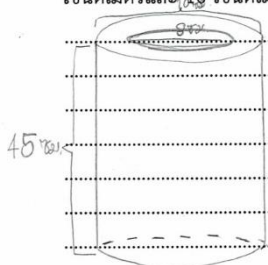


วิธีทำ
 ล้างท่อระบายน้ำท่อนหนึ่งยาว 45 ซม.
 เส้นผ่านศูนย์กลางภายใน 8 ซม.
 ภายนอก 10 ซม.
 จงหาปริมาตรของวัสดุที่ใช้ในการทำท่อ
 ปริมาตรของท่อระบายน้ำ = $\pi R^2 h$

$$\begin{aligned} \text{หาปริมาตรวัสดุที่ใช้} &= \pi R^2 h \\ &\approx (3.14)(8)^2(45) \\ &\approx (3.14)(64)(45) \\ &\approx (200.96)(45) \\ &\approx 9,043.2 \text{ ลบ. ซม.} \end{aligned}$$

ตอบ ปริมาตรของวัสดุที่ใช้ทำท่อระบายน้ำท่อนนี้ประมาณ 9,043.2 ลบ. ซม.

4. ท่อระบายน้ำท่อนหนึ่งยาว 45 เซนติเมตร วัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในและภายนอกได้ 8 เซนติเมตรและ 10 เซนติเมตร ตามลำดับ จงหาปริมาตรของวัสดุที่ใช้ทำท่อระบายน้ำท่อนนี้



วิธีทำ
 ล้างท่อระบายน้ำท่อนหนึ่งยาว 45 ซม.
 เส้นผ่านศูนย์กลางภายใน 8 ซม. และ
 10 ซม.
 จงหาปริมาตรของวัสดุที่ใช้ในการทำท่อ
 ปริมาตรของท่อระบายน้ำ = $\pi R^2 h$
 หาปริมาตรของวัสดุที่ใช้ทำท่อโดย
 หาค่า $\pi R^2 h - \pi r^2 h$

$$\text{หาปริมาตรวัสดุที่ใช้ทำท่อ} = \pi R^2 h - \pi r^2 h$$

$$\begin{aligned} &\approx (3.14)(10)^2(45) - (3.14)(8)^2(45) \\ &\approx (3.14)(45)(10^2 - 8^2) \\ &\approx (3.14)(45)(100 - 64) \\ &\approx (3.14)(45)(36) \\ &\approx (41.3)(45) \\ &\approx 1,271.7 \text{ ลบ. ซม.} \end{aligned}$$

ตอบ ปริมาตรของวัสดุที่ใช้ทำท่อระบายน้ำท่อนนี้ประมาณ 1,271.7 ลบ. ซม.

ผลการตรวจแบบทดสอบความสามารถทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปรากฏได้ ดังตาราง 8

ตาราง 8 แสดงผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วงจรที่ 2

นักเรียนคนที่	คะแนน (40)	คิดเป็นร้อยละ
1	34	85.00
2	31	77.00
3	26	65.00
4	33	82.50
5	31	77.50
6	25	62.50
7	23	57.50
Σx	203	
$\bar{X}$	29.00	
S.D.	4.28	
ร้อยละ	72.50	

จากตาราง 8 การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) และนำยุทธวิธีการเขียนรูปหรือแผนภาพมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้พบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 29.00 จากคะแนนเต็ม 40 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 72.50 ซึ่งพบว่ามีนักเรียน 4 คน ที่มีผลคะแนนผ่านเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือร้อยละ 75 คือนักเรียนคนที่ 1, 2, 4 และ 5 ส่วนนักเรียน 3 คน มีผลคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ผ่านเกณฑ์ คือนักเรียนคนที่ 3, 6 และ 7 จากการสังเกตนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์เพราะนักเรียนคนที่ 3, 6 และ 7 บางสถานการณ์ปัญหาที่มีความซับซ้อนนักเรียนไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้และระบุโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์และวิธีการที่ต้องใช้ในแก้ปัญหาได้ การคำนวณยังคงมีความผิดพลาด ส่วนการสรุปคำตอบนักเรียนคนที่ 3, 6 และ 7 ยังไม่สามารถสรุปคำตอบได้ในบางข้อหรือสรุปคำตอบแบบไม่ถูกต้อง ไม่สมเหตุสมผล และในการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 3 คนนี้พบว่า ในบางปัญหานักเรียน

ไม่สามารถตอบคำถามของปัญหาเหล่านั้นได้อาจเป็นเพราะช่วงเวลาในการเรียนที่อยู่ในช่วงเวลาบ่าย จึงส่งผลให้สมองล้ากว่าการเรียนในช่วงเช้า

2. จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนโดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาและทำกิจกรรมต่าง ๆ ในห้องเรียนตั้งแต่เริ่มต้นจนจบชั่วโมงเรียนในแต่ละครั้งพบว่า นักเรียนมีความกระตือรือร้นและให้ความสนใจกับสถานการณ์ปัญหามากกว่าวงจรที่ 1 และไม่มีนักเรียนคนใดพูดคุยหรือหยอกล้อกันในขณะที่ครูกำลังสอน นักเรียนส่วนใหญ่มีการปรึกษาหารือร่วมกันวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหากันภายในกลุ่มได้ดีขึ้น นักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้การวาดรูปเข้ามาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาได้ นักเรียนมีความมั่นใจขึ้น แต่นักเรียนคนที่ 6 และ 7 ยังทำได้ไม่ดีนักแต่สังเกตได้ว่ามีความอดทนและมีความพยายามในการแก้ปัญหามากขึ้น นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ได้ แต่นักเรียนคนที่ 3, 6 และ 7 ที่ยังไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้และระบุสิ่งที่ต้องศึกษาเพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาที่มีความซับซ้อนได้ ในการศึกษาความรู้ด้วยตนเองนักเรียนคนที่ 3, 6 และ 7 มีความสนใจในสื่อการเรียนรู้แบบ AR ทำให้การศึกษาค้นคว้าความรู้ด้วยตนเองเป็นไปได้ดียิ่งขึ้น ในการอภิปรายแม้จะมีอาการติดขัดบ้างแต่ก็สามารถนำความรู้ที่ตนเองได้ไปศึกษามาร่วมอภิปรายกับเพื่อนภายในกลุ่มได้ดีขึ้นกว่าวงจรที่ 1 นักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถร่วมกันแก้ปัญหาได้ดี มีการคิดคำนวณผิดพลาดน้อยลง นักเรียนคนที่ 3, 5 และ 7 มีส่วนร่วมในการคิดคำนวณน้อยกว่าสมาชิกคนอื่น ๆ

3. จากการสัมภาษณ์นักเรียนโดยใช้แบบสัมภาษณ์เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในกระบวนการคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพบว่านักเรียนคนที่ 1, 2, 4 และ 5 สามารถบอกมโนทัศน์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาและอธิบายถึงขั้นตอนหรือวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น ส่วนนักเรียนคนที่ 3 สามารถบอกมโนทัศน์ที่จำเป็นต้องใช้ได้ถูกต้องแต่ยังติดขัดในส่วนของอธิบายถึงวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนคนที่ 6 และ 7 บอกมโนทัศน์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางข้อเท่านั้นและยังอธิบายวิธีการในการแก้ปัญหาไม่ได้หรือได้แค่บางส่วน อาจเป็นเพราะช่วงเวลาในการเรียนที่อยู่ในช่วงเวลาบ่ายจึงส่งผลให้สมองล้ากว่าการเรียนในช่วงเช้า ส่วนการสรุปคำตอบนักเรียนคนที่ 1, 2, 4 และ 5 สามารถสรุปคำตอบและอธิบายถึงเหตุผลของคำตอบที่ได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผลมากขึ้น แต่นักเรียนคนที่ 3, 6 และ 7 ทำได้ดีขึ้นแต่ยังทำไม่ได้ดีนัก

ตาราง 9 ปัญหาและแนวทางการแก้ไข ในวงจรที่ 2

ปัญหา	แนวทางการแก้ไข
ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การวาดรูปขึ้นมาเพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา แต่นักเรียนบางคนยังวาดรูปได้ไม่ดีนักทำให้รูปที่นักเรียนใช้ดินสอหรือปากกาวาดลงบนกระดาษไม่สมบูรณ์ หรือเส้นที่ลากเบี้ยว	ผู้วิจัยให้คำแนะนำวิธีการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการวาดรูปให้กับนักเรียนเพิ่มเติมเป็นรายบุคคล
ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนคนที่ 3, 6 และ 7 ที่ยังไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้และระบุสิ่งที่ต้องศึกษาเพื่อแก้ปัญหาได้ในบางสถานการณ์ปัญหา และบางกิจกรรมผู้วิจัยใช้เวลาเกินกว่าเวลาที่กำหนด	ผู้วิจัยควรมีการซักซ้อมก่อนที่จะดำเนินกิจกรรมและเตรียมความพร้อมในการติดตั้งสื่อ อุปกรณ์ต่าง ๆ ก่อนที่จะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน นักเรียนคนที่ 3, 6 และ 7 มีการศึกษาหาความรู้ด้วยตนเองได้ดีขึ้นแต่ในการอภิปรายจะมีอาการติดขัดบ้าง	ผู้วิจัยให้กำลังใจนักเรียน พูดชมเชยเพื่อให้ นักเรียนมีความมั่นใจ กล้าแสดงออกมากขึ้น
ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล นักเรียนคนที่ 3, 5 และ 7 ในการบันทึกใบกิจกรรมกลุ่มส่วนใหญ่จะมีส่วนร่วมในการคำนวณน้อยกว่าสมาชิกคนอื่น ๆ ในกลุ่ม	ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมมากขึ้น และกล่าวให้กำลังใจนักเรียน

ผู้วิจัยได้สรุปผลการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดังนี้

1. ผลการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตาราง 10 แสดงผลการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้
ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม GSP หลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทุกแผนในแต่ละ
วงจร

นักเรียนคนที่	วงจรที่ 1		วงจรที่ 2	
	สรุปผลการทดสอบความสามารถใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์		สรุปผลการทดสอบความสามารถใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	
	คะแนน (40)	ร้อยละ	คะแนน (40)	ร้อยละ
1	27	67.50	34	85.00
2	23	57.50	31	77.00
3	21	52.50	26	65.00
4	24	60.00	33	82.50
5	21	52.50	31	77.50
6	20	50.00	25	62.50
7	20	50.00	23	57.50
Σx	156		203	
$\bar{X}$	22.29		29.00	
S.D.	2.56		4.28	
ร้อยละ	55.71		72.50	

จากตาราง 10 พบว่า ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม
The Geometer's Sketchpad (GSP) จากวงจรที่ 1 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 22.29 คิดเป็นร้อยละ 55.71 ซึ่งพบว่ยังไม่มึนักเรียนที่มีผลคะแนน
ผ่านเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือนักเรียนต้องได้คะแนนอย่างน้อยร้อยละ
75 จึงจะผ่านเกณฑ์ จากวงจรที่ 2 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ย
เท่ากับ 29.00 คิดเป็นร้อยละ 72.50 ซึ่งพบว่ามีนักเรียน 4 คน ที่มีผลคะแนนผ่านเกณฑ์ความสามารถ
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือร้อยละ 75

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยสามารถสรุปผล อภิปรายและมีข้อเสนอแนะ

1. ความมุ่งหมายของการวิจัย
2. สรุปผล
3. อภิปรายผล
4. ข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้ผ่านเกณฑ์คะแนนร้อยละ 75

สรุปผล

นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนกลุ่มเป้าหมายมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยเท่ากับ 22.29 คิดเป็นร้อยละ 55.71 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.56 ซึ่งพบว่ยังไม่มึนักเรียนที่มีผลคะแนนผ่านเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนต้องได้คะแนนอย่างน้อยร้อยละ 75 จึงจะผ่านเกณฑ์ และจากวงจรปฏิบัติการที่ 2 นักเรียนกลุ่มเป้าหมายมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 29.00 คิดเป็นร้อยละ 72.50 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.28 ซึ่งพบว่ามีนักเรียนจำนวน 4 คน ที่มีผลคะแนนผ่านเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือร้อยละ 75

อภิปรายผล

จากผลการวิจัย อภิปรายผลได้ดังนี้

นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม

The Geometer's Sketchpad (GSP) ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนกลุ่มเป้าหมายมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยเท่ากับ 22.29 คิดเป็นร้อยละ 55.71 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.56 ซึ่งพบว่ายังไม่มีนักเรียนที่มีผลคะแนนผ่านเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนต้องได้คะแนนอย่างน้อยร้อยละ 75 จึงจะผ่านเกณฑ์ และจากวงจรปฏิบัติการที่ 2 นักเรียนกลุ่มเป้าหมายมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 29.00 คิดเป็นร้อยละ 72.50 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.28 ซึ่งพบว่านักเรียนที่มีผลคะแนนไม่ผ่านเกณฑ์ จำนวน 3 คน จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์สืบเนื่องมาจากที่ผ่านมานักเรียนมีพฤติกรรมการเรียนเป็นบางครั้งจึงส่งผลให้ขาดความต่อเนื่องในการเรียนรู้ ในสถานการณ์ปัญหามีความซับซ้อนนักเรียนจะไม่อ่าน ทบทวน วิเคราะห์ปัญหาให้ถี่ถ้วน ประกอบกับขาดความรู้พื้นฐานเดิมจึงส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถที่จะเชื่อมโยงความรู้หรือโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ ตลอดจนไม่สามารถคิดหาวิธีการแก้ปัญหาได้ การคำนวณมีความผิดพลาดสืบเนื่องจากความต่อเนื่องในการเรียนที่ขาดหายไป และยังไม่สามารถสรุปคำตอบของปัญหาได้ในบางข้อ หรือสรุปคำตอบแบบไม่ถูกต้องไม่สมเหตุผล ประกอบกับการสัมภาษณ์นักเรียน 3 คน ดังกล่าวพบว่า ในบางปัญหานักเรียนไม่สามารถตอบคำถามของปัญหาเหล่านั้นได้เลย อาจเป็นเพราะขาดความรู้พื้นฐานเดิม และพบว่านักเรียนจำนวน 4 คน ที่มีผลคะแนนผ่านเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือร้อยละ 75 พบว่านักเรียนทุกคนที่มีผลคะแนนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 ทั้งนี้ อาจเป็นเพราะการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เพราะการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นเครื่องมือในการกระตุ้น และนักเรียนได้ศึกษา ค้นคว้าหาความรู้ ฝึกคิด วิเคราะห์ด้วยตนเอง โดยใช้วิธีการที่หลากหลาย ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ สุกนธ์ สนิธพานนท์ (2558) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานเป็นการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นเครื่องมือกระตุ้นซึ่งจะทำให้ผู้เรียนให้ความสนใจ ใฝ่รู้และต้องการศึกษาค้นคว้าข้อมูลเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ครูผู้สอนมีการจัดสภาพการณ์ให้ผู้เรียนได้เผชิญปัญหาและได้ฝึกกระบวนการวิเคราะห์และแก้ปัญหา ทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจปัญหาอย่างชัดเจนและสามารถใช้ทักษะกระบวนการที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหาอื่น ๆ ได้ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Firdaus, Wahyudin และ Herman (2017) ได้ศึกษาการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา ระหว่างการจัดการ

เรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานและรูปแบบการสอนโดยตรง พบว่า ในการทดสอบก่อนเรียน-หลังเรียน ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) มีประสิทธิภาพมากกว่าในการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยรูปแบบการสอนโดยตรง (DI) และจากการสัมภาษณ์นักเรียนทุกคนที่ผ่านเกณฑ์นักเรียนสามารถอธิบายวิธีการในการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง และจากผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนทั้ง 4 คน ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนทั้ง 4 คนนี้ให้ความสนใจต่อการจัดกิจกรรม การตอบคำถาม มีความกระตือรือร้นที่จะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ รวมถึงมีความสนใจที่จะใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) มาช่วยในการแก้ปัญหา โดยใช้ในการสร้างรูปตามสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ หรือใช้ตรวจสอบข้อเท็จจริงด้วยตนเอง ส่งผลให้นักเรียนเข้าใจได้ง่ายยิ่งขึ้นและสามารถจดจำได้ดี ทำให้นักเรียนรู้สึกว่าการศึกษาคณิตศาสตร์มีความน่าสนใจและไม่น่าเบื่อ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ กรองทอง ตรีอาภรณ์ (2547) ที่กล่าวว่า โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมที่ช่วยนักเรียนในการสร้างรูปได้ด้วยตนเอง ทำให้ได้ภาพที่เป็นสื่อ นำความคิดที่ใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ สามารถแก้ปัญหาและสามารถให้นักเรียนทดลองและทดสอบว่าสิ่งที่สร้างเป็นจริงหรือเป็นเท็จได้ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนเข้าใจได้ง่ายและจดจำได้ดียิ่งขึ้น นอกจากนี้การนำเสนอภาพที่เคลื่อนไหวได้ ทำให้ผู้เรียนรู้สึกว่าการศึกษาคณิตศาสตร์น่าสนใจและไม่น่าเบื่ออีกต่อไป โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมที่สามารถเรียนรู้ได้ไม่ยาก และการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) มาเป็นอุปกรณ์ช่วยสอนนั้น หากครูผู้สอนมีการเตรียมการ กำหนดกิจกรรม กำหนดขั้นตอนต่าง ๆ โดยให้นักเรียนได้มีโอกาสในการปฏิบัติ จะทำให้นักเรียนเกิดความมั่นใจและภูมิใจในตนเอง โดยอาจเริ่มจากการแก้ปัญหาจากง่ายไปยากก่อน ซึ่งปัญหาที่ท้าทายจะช่วยกระตุ้นความสนใจและมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์งานศิลป์ต่าง ๆ อีกด้วย ซึ่งสอดคล้องกับ แนวคิดของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548) ที่ได้กล่าวว่า การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า GSP เป็นโปรแกรมหนึ่งที่ครูสามารถเรียนรู้ได้ไม่ยากนัก และเกิดแนวคิดในการไปบูรณาการกับการเรียน การสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โปรแกรมนี้สามารถช่วยให้นักเรียน เรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตร และสามารถพัฒนานักเรียนให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะการเงินธนาคาร เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตัวเองตามความสามารถของตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Thangamani (2019) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องรูปเรขาคณิตสองมิติ โดยใช้โปรแกรม Geometer's Sketchpad พบว่า 1) นักเรียนที่เรียนโดยใช้โปรแกรม Geometer's Sketchpad มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกับนักเรียนที่เรียนด้วยการเรียนรู้แบบปกติ 2) โปรแกรม Geometer's

Sketchpad สามารถยกระดับทัศนคติเชิงบวกของนักเรียนในการเรียนรู้ได้เพราะ GSP สามารถกระตุ้น สร้างความมั่นใจ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ควบคุมการเรียนรู้ของตนเอง และสามารถเรียนรู้ได้อย่างอิสระ

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้

1.1 ในการนำการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) ไปใช้ ครูผู้สอนควรศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ องค์ประกอบต่าง ๆ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ บทบาทของครูผู้สอน และบทบาทของนักเรียนให้เข้าใจ เพื่อให้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปได้อย่างถูกต้อง และมีประสิทธิภาพสูงสุด

1.2 การนำโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ไปใช้ประกอบการสอน หรือใช้เป็นสื่อในการจัดการเรียนรู้ ครูผู้สอนควรศึกษาวิธีการใช้งานโปรแกรม และตรวจสอบข้อจำกัด และอุปกรณ์เครื่องมือต่าง ๆ หากมีข้อจำกัดหรืออุปกรณ์เครื่องมือต่าง ๆ ไม่มีพร้อม ไม่เพียงพอ ครูผู้สอนอาจต้องปรับเปลี่ยนสื่อในการจัดการเรียนการสอนโดยปรับให้มีความยืดหยุ่น สอดคล้องกับจุดประสงค์ และเหมาะสมกับข้อจำกัด

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ในการทำวิจัยในครั้งถัดไปควรมีการเปรียบเทียบตัวแปรอื่น ๆ เช่น ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

2.2 ใช้หลักเกณฑ์องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา กับสาระการเรียนรู้อื่น ๆ และออกแบบสื่อการเรียนรู้ที่มีความหลากหลายและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้มากขึ้น

บรรณานุกรม



พูน ปณ จิต ชีเว

บรรณานุกรม

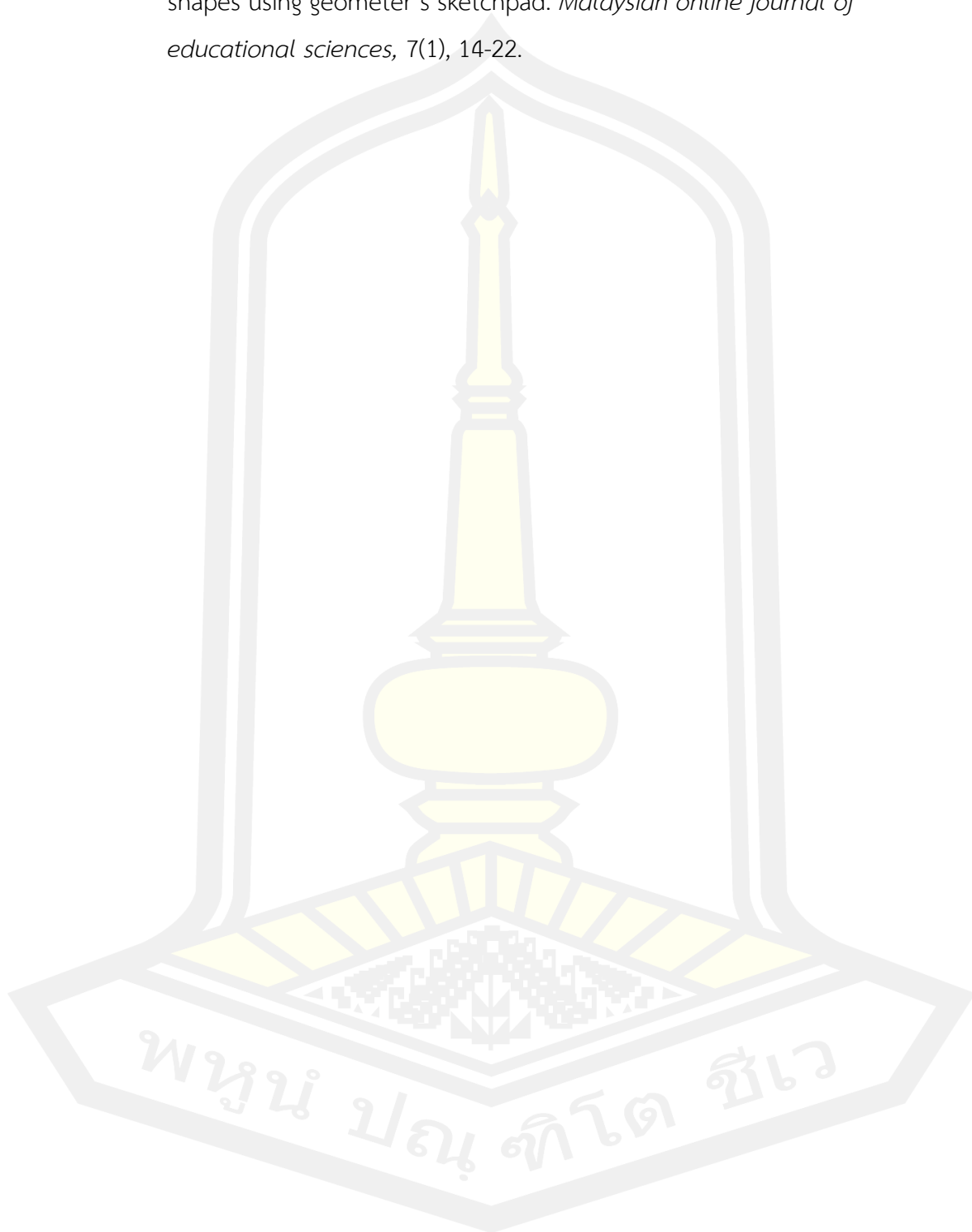
- กรรทอง ตรีอาภรณ์. (2547). การสอนคณิตศาสตร์ให้สนุกโดยใช้ GSP ตอนสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน. *นิตยสารสสวท*, 33(133), 31-33.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ : ชุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กิตติพร ปัญญาภิบาล. (2549). *วิจัยเชิงปฏิบัติการ แนวทางสำหรับครู*. กรุงเทพฯ : นันทพันธ์พรินติ้ง.
- เกียรติกำจร กุศล และฐิติพร ปานมา. (2554). *การจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐาน เล่ม 2 บทบาทอาจารย์ผู้ประสานงานรายวิชา อาจารย์ประจำกลุ่มและผู้เรียน*. นครศรีธรรมราช : ดีชัย.
- จิรนนท์ พิงกลิ่น. (2555). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านค่าย จังหวัดระยอง*. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ชานนท์ จันทรา. (2554). *การประเมินความสามารถทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน. ใน กัญญา ลินทรัตน์ศิริกุล, การจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ หน่วยที่ 9-15 (14-62)*. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ดนัย ยังคง. (2551). *การสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนโดยใช้ The Geometer's Sketchpad สร้างสื่อ*. *นิตยสารสสวท*, 37(157), 18-20.
- ติศนา แคมมณี. (2553). *ศาสตร์การสอน:องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ*. พิมพ์ครั้งที่ 13. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- บุญเลี้ยง ทมทอง. (2556). *ทฤษฎีและการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ : ทริบเพิล เอ็ดดูเคชั่น.
- ปติณญา กันทะวงศ์. (2561). *การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) เรื่อง การนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ประสาธน์ เจริญเฉลิม. (2560). *วิจัยการเรียนการสอน*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ประสาธน์ เจริญเฉลิม. (2561). *วิจัยเชิงปฏิบัติการทางการเรียนการสอน*. ขอนแก่น : คลังน่านวิทยา.

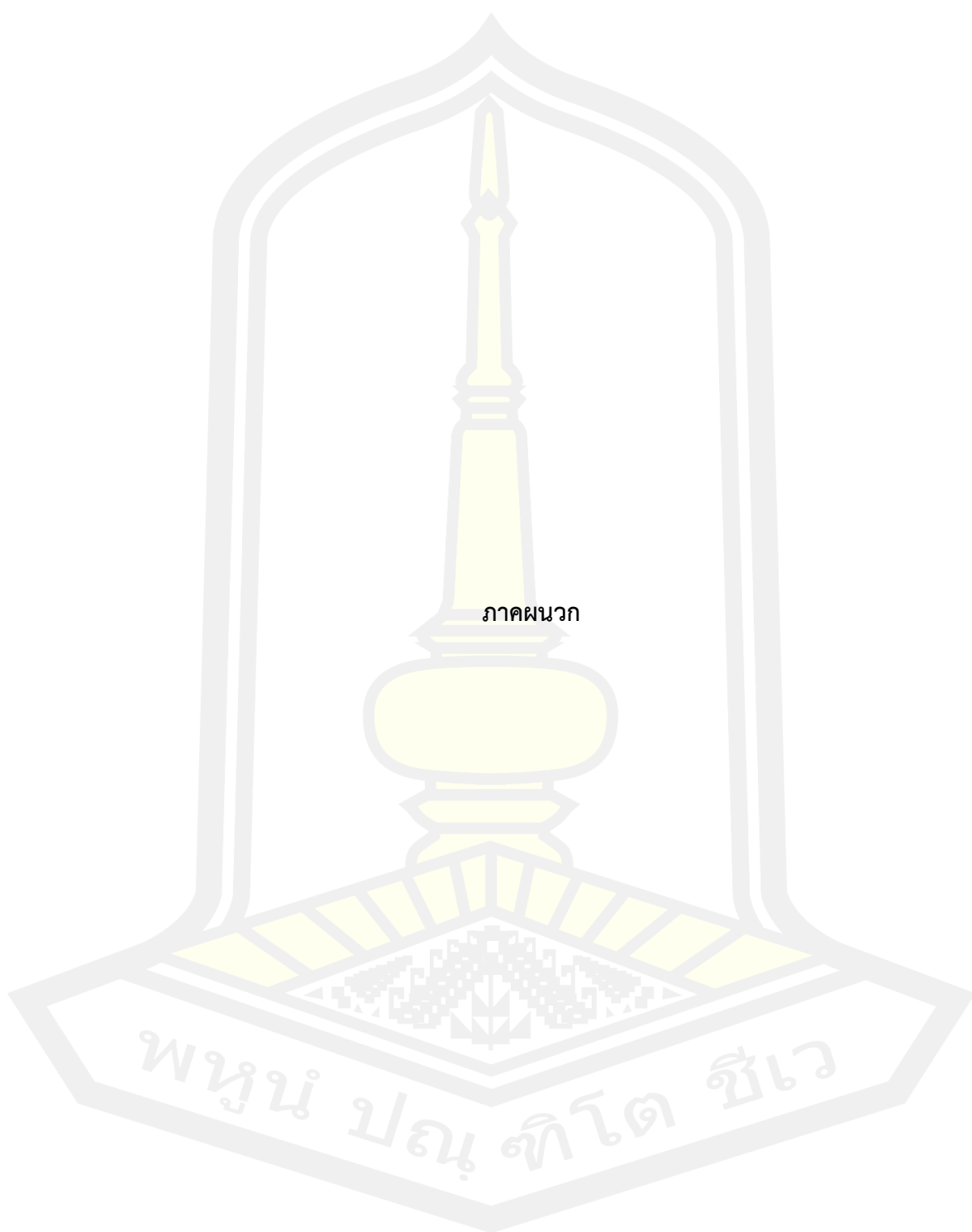
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2554). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. ใน *สาร์ตและวิธีทางคณิตศาสตร์* หน่วยที่ 6-10. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ปานรวี ยงยุทธวิชัย และดนัย อุทัย. (2552). *ตัวอย่างการวิจัยปฏิบัติการ (Action Research) ผลงานวิจัยเด่น “จากห้องสู่ห้อง”*. กรุงเทพฯ : ธารอักษร.
- ฝ่ายวิชาการโรงเรียนบ้านไทยสมพร. (2562). *แผนการพัฒนาศึกษาของโรงเรียนบ้านไทยสมพร*.
อุดรธานี : ฝ่ายวิชาการโรงเรียนบ้านไทยสมพร.
- พงษ์พันธุ์ ไพศาลธรรม. (2558). *การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้รูปแบบ IDEAL ร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad*. นครราชสีมา : มหาวิทยาลัยราชภัฏ นครราชสีมา.
- พินิจ ศรีจันทร์ดี. (2530). *การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา*. กรุงเทพฯ : รุ่งศิลป์การพิมพ์.
- ไพฑูรย์ สีนลรัตน์. (2551). *อาจารย์มืออาชีพ แนวคิด เครื่องมือ และการพัฒนา*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : เครือข่ายการพัฒนาวิชาชีพอาจารย์และองค์กรระดับอุดมศึกษาแห่งประเทศไทย.
- ภัทรพร เกษสังข์. (2559). *การวิจัยปฏิบัติการ Action research*. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- รามนรี นนทภา. (ม.ป.ป.). *เทคโนโลยีสำหรับคณิตศาสตร์*. มหาสารคาม : คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์. (2554). *การส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ใน การจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ หน่วยที่ 9-15 (9-14)*. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- วรรณดี สุทธิธารกร. (2556). *การวิจัยเชิงปฏิบัติการ การวิจัยเพื่อเสรีภาพและการสรรค์สร้าง*. กรุงเทพฯ : สยามปริทัศน์.
- วัลลี สัตยาภัย. (2547). *การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักรูปแบบการเรียนรู้โดยผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง*. กรุงเทพฯ : บัณฑิต.
- วิชชุดา วิชวลัยวัฒน์ และชานนท์ จันทรา. (2558). *การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. *วารสารศึกษาศาสตร์ปริทัศน์*, 30(3), 110-119.
- ศศิธร เวียงวะลัย. (2556). *การจัดการเรียนรู้ (Learning Management)*. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.

- ศศิวิมล ศรีวงษ์ และจุลเดือน ไชยพิชิต. (2562). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. วารสารวิชาการหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร, 11(30), 11-19.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2561). ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-NET). [online]. Available from : <http://www.newonetestresult.niets.or.th>. [สืบค้นเมื่อ วันที่ 16 พฤษภาคม 2564].
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : กรุงเทพมหานคร.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2548). เอกสารเผยแพร่รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้. กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : ส.เจ.การพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ. กรุงเทพฯ : 3 คิวมีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). การวัดและประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดดูเคชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). คู่มือการใช้หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). สรุปผลโครงการวิจัยโครงการ TMIS2015. [online]. Available from : <https://drive.google.com/file/d/0BzZeMiTwrcRJTHY3NEc4cmIDRVU/view>. [สืบค้นเมื่อ วันที่ 16 พฤษภาคม 2564].
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). ผลการประเมิน PISA 2018 : บทสรุปสำหรับผู้บริหาร. [online]. Available from : <https://pisathailand.ipst.ac.th/pisa2018-summary-result/>. [สืบค้นเมื่อ วันที่ 16 พฤษภาคม 2564].
- สมทรง สุพานิช. (2549). โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ทฤษฎีและการปฏิบัติ. มหาสารคาม : มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : กรุงเทพมหานคร.

- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สิริวัฒน์ आयुวัฒน์. (2560). การเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก (Problem-Based Learning): ความท้าทายของการศึกษาพยาบาลในการพัฒนาการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21. *วารสารพยาบาลกระทรวงสาธารณสุข*, 27(2), 15-30.
- สุคนธ์ สิ้นพานนท์. (2558). *การจัดการเรียนรู้ของครูยุคใหม่เพื่อพัฒนาทักษะของผู้เรียนในศตวรรษที่ 21*. กรุงเทพฯ : 9119เทคนิคพรินต์.
- สุวรร กาญจนมยุร. (2535). *เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- อัมพร ม้าคอง. (2546). *คณิตศาสตร์ การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ : ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์:การพัฒนาเพื่อการพัฒนา*. กรุงเทพฯ : ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. (2554). การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ใน *สาระและวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 6-10 (7-10)*. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- อุษาวดี จันทรสณี. (2554). การส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ใน *การจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ หน่วยที่ 9-15 (6-19)*. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- Firdaus, F.M., Wahyudin. and Herman, T. (2017). Improving primary students' mathematical literacy through problem based learning and direct instruction. *academicjournals*, 12(4), 212-219.
- Masitoh, L.F. and Fitriyani, H. (2018). Improving students' mathematics self-efficacy through problem based learning. *Malikussaleh Journal of Mathematics Learning (MJML)*, 1(1), 26-30.
- Polya, G. (1957). *How to Solve It*. New York : Doubleday & Company.
- Polya, G. (1973). *How to Solve It* (2nd). New Jersey: Princeton University Press.
- Polya, G. (1980). *"On Solving Mathematical Problem in High School" Problem Solving in School Mathematics*. Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics.

Thangamani, U. (2019). Students' achievement in symmetry of two dimensional shapes using geometer's sketchpad. *Malaysian online journal of educational sciences*, 7(1), 14-22.







ภาคผนวก ก
รายนามผู้เชี่ยวชาญและหนังสือราชการ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นครชัย ชานูอุไร อาจารย์ประจำสาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษา
คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี
2. นางกนกพิไล อมรินทร์ ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนศรีธาตุพิทยาคม
3. นายพิสิทธิ์ น้อยสิงห์ทอง ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนกุมภวาปี
4. นางสุภา กอalto ศษ.ม. ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนประจักษ์ศิลปาคาร
5. นางวรรณุช แพะขุนทด ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนศรีธาตุพิทยาคม





ที่ อว 0605.5(2)/ว2948

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 44000

6 ตุลาคม 2563

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นครชัย ชาญอุไร

ด้วย นางสาวเจตสุภา สังข์ทองดี นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง : “การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร (กศ.ม.) หลักสูตรและการสอน โดยมี อาจารย์ ดร.อารยา ปิยะกุล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ในครั้งนี้

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรอบรู้ ความสามารถ และมีประสบการณ์ ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เพื่อนิสิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความกรุณาจากท่านด้วย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.รังสรรค์ โฉมยา)

รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

งานวิชาการและบัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์

โทรศัพท์, โทรสาร 0-4371-3174

เบอร์โทรนิสิต 0956451819



ที่ อว 0605.5(2)/ว2948

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 44000

6 ตุลาคม 2563

เรื่อง ขออนุญาตเคราะห้เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เรียน นางกนกพิไล อมรินทร์

ด้วย นางสาวเจตสุภา สังข์ทองดี นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง : “การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร (กศ.ม.) หลักสูตรและการสอน โดยมี อาจารย์ ดร.อารยา ปิยะกุล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ในครั้งนี้

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรอบรู้ ความสามารถ และมีประสบการณ์ ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขออนุญาตเคราะห้จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เพื่อนิสิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความกรุณาจากท่านด้วย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.รังสรรค์ โฉมยา)

รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

งานวิชาการและบัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์
โทรศัพท์, โทรสาร 0-4371-3174
เบอร์โทรนิสิต 0956451819



ที่ อว 0605.5(2)/ว2948

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 44000

6 ตุลาคม 2563

เรื่อง ขออนุญาตครูประจำชั้นเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เรียน นายพิสิทธิ์ น้อยสิงห์ทอง

ด้วย นางสาวเจตสุภา สังข์ทองดี นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง : “การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร (กศ.ม.) หลักสูตรและการสอน โดยมี อาจารย์ ดร.อารยา ปิยะกุล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ในครั้งนี้

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรอบรู้ ความสามารถ และมีประสบการณ์ ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขออนุญาตจากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เพื่อนิสิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความกรุณาจากท่านด้วย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.รังสรรค์ โฉมยา)

รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

งานวิชาการและบัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์

โทรศัพท์, โทรสาร 0-4371-3174

เบอร์โทรนิสิต 0956451819



ที่ อว 0605.5(2)/ว2948

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 44000

6 ตุลาคม 2563

เรื่อง ขออนุมัติครุภัณฑ์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เรียน นางสาวสุภา กอalto

ด้วย นางสาวเจตสุภา สังข์ทองดี นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง : “การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร (กศ.ม.) หลักสูตรและการสอน โดยมี อาจารย์ ดร.อารยา ปิยะกุล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ในครั้งนี้

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรอบรู้ ความสามารถ และมีประสบการณ์ ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขออนุมัติครุภัณฑ์จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เพื่อนิสิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความกรุณาจากท่านด้วย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.รังสรรค์ โฉมยา)

รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

งานวิชาการและบัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์

โทรศัพท์, โทรสาร 0-4371-3174

เบอร์โทรนิสิต 0956451819



ที่ อว 0605.5(2)/ว2948

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 44000

6 ตุลาคม 2563

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เรียน นางวรรณช แพะขุนทด

ด้วย นางสาวเจตสุภา สังข์ทองดี นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง : “การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร (กศ.ม.) หลักสูตรและการสอน โดยมี อาจารย์ ดร.อารยา ปิยะกุล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ในครั้งนี้

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความรอบรู้ ความสามารถ และมีประสบการณ์ ในเรื่องนี้เป็นอย่างดี จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เพื่อนิสิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังเป็นอย่างยิ่งว่า จะได้รับความกรุณาจากท่านด้วย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.รังสรรค์ โหมยา)
รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

งานวิชาการและบัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์
โทรศัพท์, โทรสาร 0-4371-3174
เบอร์โทรนิสิต 0956451819



ที่ อว 0605.5(2)/ว2950

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม 44000

6 ตุลาคม 2563

เรื่อง ขออนุญาตขอความช่วยเหลือเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการจัดทำวิทยานิพนธ์

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านไทยสมพร

ด้วย นางสาวเจตสุภา สังข์ทองดี นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง : “การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2” ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร (กศ.ม.) หลักสูตรและการสอน โดยมี อาจารย์ ดร.อารยา ปิยะกุล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ในครั้งนี้

เพื่อให้การจัดทำวิทยานิพนธ์เป็นไปด้วยความเรียบร้อย และบรรลุตามวัตถุประสงค์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม จึงใคร่ขอความอนุเคราะห์จากท่านได้อนุญาตให้ นางสาวเจตสุภา สังข์ทองดี เก็บรวบรวมข้อมูลสำหรับการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้ เพื่อนิสิตจะนำข้อมูลที่ได้ไปดำเนินการในขั้นตอนต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงได้รับความกรุณาจากท่านด้วย และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.รังสรรค์ โนมยา)

รองคณบดี ปฏิบัติราชการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

งานวิชาการและบัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์
โทรศัพท์, โทรสาร 0-4374-3174
เบอร์โทรนิสิต 0956451819



ภาคผนวก ข

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้และคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน3

รหัสวิชา ค22101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3

จำนวน 10 ชั่วโมง

เรื่อง ขนมหวานทรงปริซึม

จำนวน 1 ชั่วโมง

มาตรฐานและตัวชี้วัด

ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดและนำไปใช้

ม.2/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอกในการแก้ปัญหา

คณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกว่า ปริซึม

สาระการเรียนรู้

ลักษณะของปริซึม

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของปริซึมได้
2. นักเรียนสามารถคิด วิเคราะห์และตอบได้ว่ารูปทรงเรขาคณิตใดเป็นปริซึมโดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ
3. นักเรียนเข้าเรียนตรงเวลาและส่งงานตามที่กำหนด

กิจกรรมการเรียนรู้

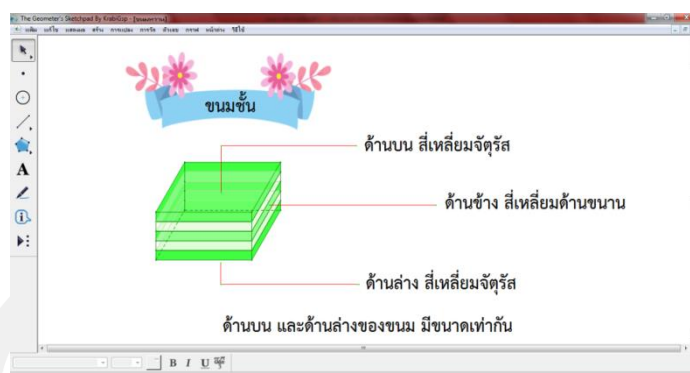
ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา

1. ครูกล่าวทักทายนักเรียนแล้วนำเสนอเกี่ยวกับขนมหวานชนิดต่าง ๆ ที่เคยพบเจอในชีวิตประจำวันพร้อมกับอธิบายเกี่ยวกับลักษณะของขนมชนิดนั้น

เช่น ขนมชั้น มีลักษณะเหมือนทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

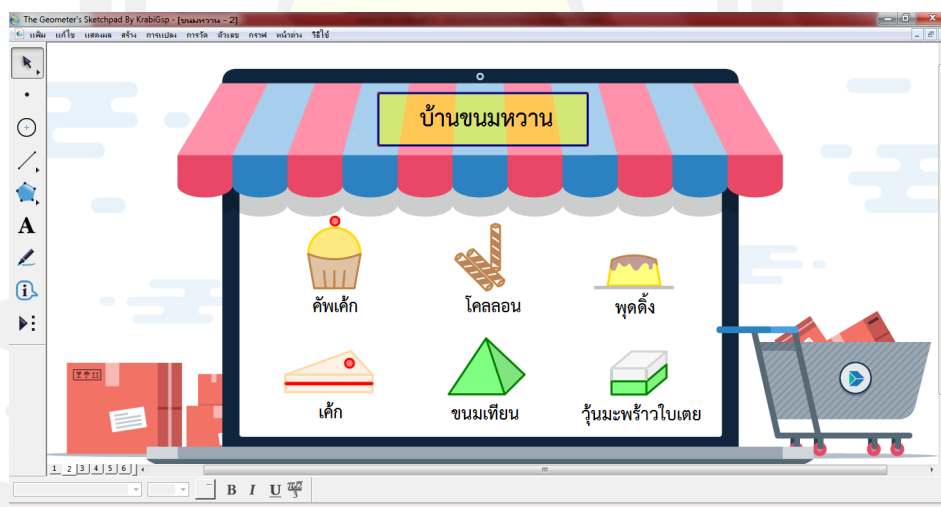
ด้านบนกับด้านล่างของขนมชั้น เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและมีขนาดเท่ากัน

ด้านข้างของขนมชั้น เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือสี่เหลี่ยมด้านขนาน



2. เมื่อจบการอธิบายครูแบ่งกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 3-5 คน แล้วให้ตัวแทนแต่ละกลุ่มยกตัวอย่างขนมหวานมากกลุ่มละ 1 ชนิด พร้อมกับอธิบายว่าลักษณะของขนมชนิดนั้น มีลักษณะเป็นอย่างไรตามความเข้าใจของนักเรียนให้เวลากลุ่มละ 2 นาที จากนั้นครูนำปัญหามาจัดเป็นสถานการณ์ดังนี้

“คุณแม่และวินนี่ไปซื้อขนมที่ร้านขายขนมแห่งหนึ่ง ในร้านขายขนมแห่งนี้มีขนมหวานอยู่ทั้งหมด 6 ชนิด ได้แก่ คัพเค้ก, โคลลอน, พุดดิ้ง, เค้ก, ขนมเทียน และวุ้นมะพร้าวใบเตย คุณแม่ให้วินนี่ไปเลือกซื้อขนมมา 2 ชนิด โดยมีข้อแม้ว่าขนมที่เลือกจะต้องมีลักษณะเป็นปริซึม จากขนมหวานทั้ง 6 ชนิด วินนี่จะสามารถเลือกซื้อขนมชนิดใดได้บ้าง เพราะเหตุใด”



ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ครูแจกใบกิจกรรม เรื่องขนมหวานทรงปริซึม แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มต้องสามารถระบุข้อมูล เงื่อนไขของสถานการณ์

ปัญหาและสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบแล้วจดบันทึกรายละเอียดต่าง ๆ ลงในใบกิจกรรม โดยครูอาจตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น ดังนี้

- จากสถานการณ์ปัญหาดังกล่าวนักเรียนได้ทราบข้อมูลเกี่ยวกับอะไรบ้าง (แนวการตอบ ในร้านขนมหวานแห่งนี้มีขนมทั้งหมด 6 ชนิด ซึ่งได้แก่ คัพเค้ก, โคลลอน, พุดดิ้ง, เค้ก, ขนมเทียน และวุ้นมะพร้าวใบเตย)

- เงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหานี้คืออะไร (แนวการตอบ วินนี้ต้องเลือกขนมมา 2 ชนิด โดยมีเงื่อนไขว่าขนมที่เลือกมาจะต้องมีลักษณะเป็นปรีซึม)

- สิ่งทีปัญหาต้องการทราบคืออะไร (แนวการตอบ วินนี้จะสามารถเลือกซื้อขนมชนิดใดได้บ้าง เพราะเหตุใด)

ขั้นที่ 3 ดำเนินการศึกษา

1. นักเรียนในกลุ่มจะต้องช่วยกันวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล เงื่อนไข และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบแล้วร่วมกันกำหนดสิ่งที่ต้องศึกษา เมื่อกำหนดสิ่งที่ต้องศึกษาได้แล้วให้นักเรียนในกลุ่มแบ่งหน้าที่กันเพื่อดำเนินการศึกษาจากแหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ เช่น อินเทอร์เน็ต, ห้องสมุด, ใบความรู้ ฯ โดยครูผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวกและแนะนำแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ ให้เวลาในการศึกษา 5 นาที

ขั้นที่ 4 สังเคราะห์ความรู้

1. เมื่อนักเรียนแต่ละคนได้ไปศึกษาหาความรู้จากเรื่องที่กำหนดแล้วให้นักเรียนแต่ละคนนำความรู้ที่ได้มาแลกเปลี่ยนเรียนรู้ อภิปรายกันภายในกลุ่ม
2. จากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเสนอแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ให้เวลาแต่ละกลุ่มในการนำเสนอกลุ่มละ 2 นาที
3. เมื่อแต่ละกลุ่มนำเสนอแนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ครูและนักเรียนทุกคนร่วมกันอภิปรายว่าความรู้ที่ได้มานั้น มีความถูกต้อง เหมาะสม และเพียงพอต่อการนำไปใช้ตอบคำถามหรือไม่ ถ้าข้อมูลที่ได้มายังไม่เพียงพอ ให้ร่วมกันอภิปรายและศึกษาค้นคว้าข้อมูลเพิ่มเติม

ขั้นที่ 5 สรุปและประเมินค่าของคำตอบ

1. นักเรียนทุกคนในกลุ่มร่วมกันสรุปแนวคิดและเหตุผลที่ใช้ในการเลือกซื้อขนมของวินนี้ พร้อมประเมินและตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสม และมีความสมเหตุผลหรือไม่ ภายในกลุ่มของตนเอง โดยมีครูผู้สอนคอยกระตุ้น ตรวจสอบและให้คำแนะนำเพิ่มเติม

2. จากนั้นทุกกลุ่มร่วมกันสรุปองค์ความรู้ในภาพรวมของปัญหาอีกครั้ง

ขั้นที่ 6 นำเสนอและประเมินผลงาน

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มออกแบบและนำเสนอแนวคิดและเหตุผลในการเลือกซื้อขนมที่มีลักษณะเป็นปริซึมของวินนี โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ให้เวลาในการสร้าง 10 นาทีและนำเสนอหน้าชั้นเรียนกลุ่มละ 2 นาที โดยมีครูผู้สอนคอยช่วยประเมินความถูกต้อง

2. ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ เรื่องลักษณะของปริซึม

สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

1. ใบความรู้เรื่องลักษณะของรูปทรงเรขาคณิตสามมิติ
2. โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)
3. แบบฝึกทักษะ เรื่องลักษณะของปริซึม

แหล่งการเรียนรู้

1. อินเทอร์เน็ต
2. ห้องสมุด



ใบกิจกรรม
เรื่อง ขนมหวานทรงปริซึม

กลุ่มที่

สมาชิก 1. 2.
3. 4.
5.

คำชี้แจง: จากสถานการณ์ปัญหาข้างต้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม จดบันทึกรายละเอียดต่าง ๆ ลงในใบกิจกรรม

นักเรียนทราบข้อมูลอะไรบ้างจากสถานการณ์ปัญหา

สิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ

สิ่งที่นักเรียนต้องการศึกษา

ความรู้ที่ได้จากการศึกษา

แนวคิดหรือวิธีการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา

สรุปผลงาน

แนวทางในการจัดบันทึกใบกิจกรรม

เรื่อง ขนมหวานทรงปริซึม

กลุ่มที่

สมาชิก 1. 2.
3. 4.
5.

คำชี้แจง: จากสถานการณ์ปัญหาข้างต้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม จัดบันทึกรายละเอียดต่าง ๆ ลงในใบกิจกรรม

นักเรียนทราบข้อมูลอะไรบ้างจากสถานการณ์ปัญหา

- ในร้านขนมหวานแห่งนี้มีขนมทั้งหมด 6 ชนิด ซึ่งได้แก่ คัพเค้ก, โคลลอน, พุดดิ้ง, เค้ก, ขนมเทียน และวุ้นมะพร้าวใบเตย
- เงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหานี้คือ วินนี้ต้องเลือกขนมมา 2 ชนิดโดยมีเงื่อนไขว่าขนมที่เลือกมาจะต้องมีลักษณะเป็นปริซึม

สิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ

- วินนี้จะสามารถเลือกซื้อขนมชนิดใดได้บ้าง เพราะเหตุใด

สิ่งที่นักเรียนต้องการศึกษา

- ปริซึมหรือลักษณะของปริซึม

ความรู้ที่ได้จากการศึกษา

รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่าเทียมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกว่า ปริซึม

แนวคิดหรือวิธีการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา

พิจารณาเลือกขนมทีละชนิดโดยเริ่มสังเกตจากฐาน ว่ามีขนมชนิดใดบ้างที่มีฐานสองฐานและมีฐานเป็นรูปเหลี่ยม จากนั้นพิจารณาในส่วนที่เป็นด้านข้างของขนมแต่ละชนิดว่ามีขนมชนิดใดบ้างที่มีด้านข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

แนวทางในการจัดบันทึกใบกิจกรรม (ต่อ)

เรื่อง ขนมหวานทรงปริซึม

สรุปผลงาน

จากการศึกษาและทำความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะของปริซึม จึงทำให้ทราบว่าหากวันนี้ต้องการเลือกซื้อขนมที่มีลักษณะเป็นปริซึม จากร้านขายขนมหวานซึ่งมีขนมหวานทั้งหมด 6 ชนิด ขนม 2 ชนิดที่วันนี้จะสามารถเลือกซื้อได้คือขนมเค้ก และวุ้นมะพร้าวใบเตย เพราะขนมทั้ง 2 ชนิด มีฐานสองฐาน ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกันและเป็นรูปเหลี่ยมที่มีขนาดเท่ากันทุกประการ ด้านข้างของขนมเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



แบบฝึกทักษะ
เรื่องลักษณะของปริซึม



กล่อง



ท่อน้ำ



ลูกบาส



ลูกเต๋า



กรวยไอศกรีม

คำชี้แจง: จงใช้สิ่งของที่กำหนดให้ ตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากสิ่งของที่กำหนดให้ สิ่งของชนิดใดที่มีลักษณะเป็นปริซึม เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จากสิ่งของที่กำหนดให้ สิ่งของชนิดใดที่ไม่มีลักษณะเป็นปริซึม เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ชื่อ - สกุล ชั้น เลขที่

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน3

รหัสวิชา ค22101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3

จำนวน 10 ชั่วโมง

เรื่อง มาทาสีบ้านกันเถอะ

จำนวน 1 ชั่วโมง

มาตรฐานและตัวชี้วัด

ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดและนำไปใช้

ม.2/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอกในการแก้ปัญหา

คณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

สาระสำคัญ

การหาพื้นที่ผิวของปริซึม สามารถนำไปใช้ในการหาพื้นที่ผิวของสิ่งของที่มีรูปทรงปริซึมในชีวิตประจำวัน เช่น การหาพาที่ผิวของผนังห้องเพื่อประมาณจำนวนของสีที่ต้องใช้ ฯลฯ

สาระการเรียนรู้

พื้นที่ผิวของปริซึม

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถหาพื้นที่ผิวของปริซึมจากสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันได้
2. นักเรียนสามารถเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมและแสดงวิธีในการคิดคำนวณเพื่อหาพื้นที่ผิวของปริซึม โดยคำนึงถึงความถูกต้องและความสมเหตุผลของคำตอบ
3. นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนและการแก้ปัญหาใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์

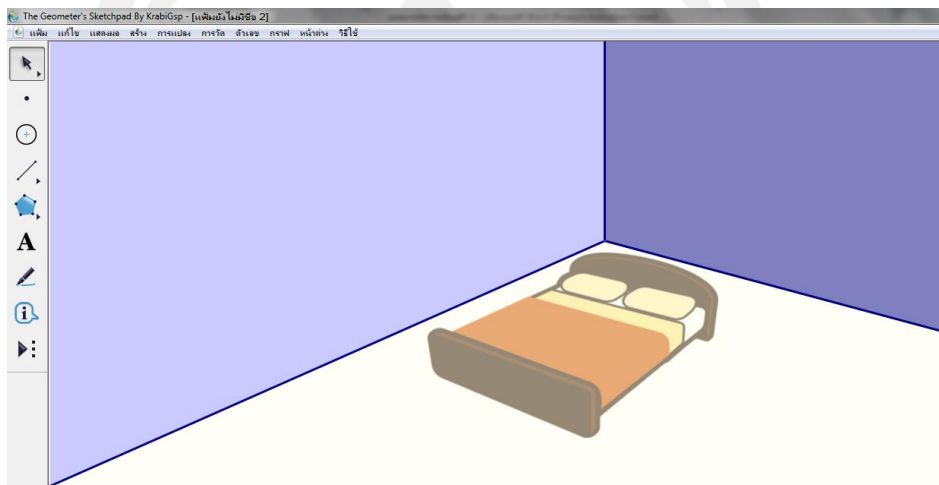
กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา

1. ครูนำเสนอเกี่ยวกับสิ่งของในชีวิตประจำวันที่มีลักษณะเป็นปริซึมพร้อมกำหนดขนาดของความยาวในแต่ละด้านของปริซึมนั้น ๆ ด้วย เช่น กล่องนม โดยกำหนดให้กล่องนมกล่องนี้มีฐานยาว 4 นิ้ว กว้าง 3 นิ้ว และมีความสูง 10 นิ้ว
2. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 3-5 คน แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันหาพื้นที่ผิวของกล่องนมตามที่ครูกำหนดให้เวลาในการหา 2 นาที จากนั้นให้ตัวแทนกลุ่มนำเสนอวิธีการหาพื้นที่ผิวของปริซึมตามแนวคิดของกลุ่มตนเอง ให้เวลาในการนำเสนอกลุ่มละ 1 นาที

3. ครุณาปัญหามาจัดเป็นสถานการณ์ ดังนี้

“นาโน ต้องการทาสีห้องนอนของตัวเองใหม่โดยห้องนอนของนาโนมีความกว้าง 4 เมตร ยาว 6 เมตร และมีความสูง 2.8 เมตร ถ้านาโนต้องการทาสีห้องนอนของตัวเองโดยทาสีแค่บริเวณเพดานและผนังห้องทั้ง 4 ด้าน ถ้าสี 1 แกลลอนสามารถใช้ทาสีบ้านได้ 30 ตารางเมตร นาโนจะต้องใช้สีกี่แกลลอนจึงจะเพียงพอต่อการใช้งาน”



ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ครูแจกใบกิจกรรม เรื่องมาทาสีบ้านกันเถอะแล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มต้องสามารถระบุข้อมูล เงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาและสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบแล้วจดบันทึกรายละเอียดต่าง ๆ ลงในใบกิจกรรม โดยครูอาจตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น ดังนี้

- จากสถานการณ์ปัญหาดังกล่าวนักเรียนได้ทราบข้อมูลเกี่ยวกับอะไรบ้าง (แนวการตอบ ห้องนอนของนาโนมีความกว้าง 4 เมตร ยาว 6 เมตร และมีความสูง 2.8 เมตร)
- เงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหานี้คืออะไร (แนวการตอบ โจทย์ให้เงื่อนไขว่าสี 1 แกลลอน สามารถใช้ทาสีบ้านได้ 30 ตารางเมตร)
- สิ่งที่ปัญหาต้องการทราบคืออะไร (แนวการตอบ ถ้านาโนต้องการทาสีห้องนอนของตัวเองใหม่โดยทาสีแค่บริเวณเพดานและผนังห้องทั้ง 4 ด้าน นาโนจะต้องใช้สีกี่แกลลอนจึงจะเพียงพอต่อการใช้งาน)

ขั้นที่ 3 ดำเนินการศึกษา

1. นักเรียนในกลุ่มจะต้องช่วยกันวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล เงื่อนไข และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบแล้วร่วมกันกำหนดสิ่งที่จะต้องศึกษา เมื่อกำหนดสิ่งที่จะต้องศึกษาได้แล้วให้

นักเรียนในกลุ่มแบ่งหน้าที่กันเพื่อดำเนินการศึกษจากแหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ เช่น อินเทอร์เน็ต, ห้องสมุด, ใบความรู้ ฯ โดยครูผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวกและแนะนำแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ ให้ความเวลาในการศึกษา 5 นาที

ขั้นที่ 4 สังเคราะห์ความรู้

1. เมื่อนักเรียนแต่ละคนได้ไปศึกษาหาความรู้จากเรื่องที่กำหนดแล้วให้นักเรียนแต่ละคนนำความรู้ที่ได้มาแลกเปลี่ยนเรียนรู้ อภิปรายกันภายในกลุ่ม
2. จากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเสนอแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ให้ความแต่ละกลุ่มในการนำเสนอกลุ่มละ 2 นาที
3. เมื่อแต่ละกลุ่มนำเสนอแนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ครูและนักเรียนทุกคนร่วมกันอภิปรายว่าความรู้ที่ได้มานั้น มีความถูกต้อง เหมาะสม และเพียงพอต่อการนำไปใช้ตอบคำถามหรือไม่ ถ้าข้อมูลที่ได้มายังไม่เพียงพอ ให้ร่วมกันอภิปรายและศึกษาค้นคว้าข้อมูลเพิ่มเติม

ขั้นที่ 5 สรุปและประเมินค่าของคำตอบ

1. นักเรียนทุกคนในกลุ่มร่วมกันสรุปแนวคิดและเหตุผลที่ใช้ในการหาจำนวนของสี่ที่นาโนจะต้องใช้ในการทาสีห้องนอนพร้อมประเมินและตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสม และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ ภายในกลุ่มของตนเอง โดยมีครูผู้สอนคอยกระตุ้น ตรวจสอบและให้คำแนะนำเพิ่มเติม
2. จากนั้นทุกกลุ่มร่วมกันสรุปองค์ความรู้ในภาพรวมของปัญหาอีกครั้ง

ขั้นที่ 6 นำเสนอและประเมินผลงาน

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มออกแบบและนำเสนอแนวคิดและเหตุผลในการคำนวณหาจำนวนของสี่ที่นาโนต้องใช้ในการทาสีห้องนอน โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ให้ความเวลาในการสร้าง 10 นาทีและนำเสนอหน้าชั้นเรียนกลุ่มละ 2 นาที โดยมีครูผู้สอนคอยช่วยประเมินความถูกต้อง
2. ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ เรื่องพื้นที่ผิวของปริซึมในชีวิตประจำวัน

สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)
2. แบบฝึกทักษะ เรื่องพื้นที่ผิวของปริซึมในชีวิตประจำวัน

แหล่งการเรียนรู้

1. อินเทอร์เน็ต
2. ห้องสมุด

ใบกิจกรรม
เรื่อง มาทาสีบ้านกันเถอะ

กลุ่มที่

สมาชิก 1. 2.
3. 4.
5.

คำชี้แจง: จากสถานการณ์ปัญหาข้างต้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม จดบันทึกรายละเอียดต่าง ๆ ลงในใบกิจกรรม

นักเรียนทราบข้อมูลอะไรบ้างจากสถานการณ์ปัญหา

สิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ

สิ่งที่นักเรียนต้องการศึกษา

ความรู้ที่ได้จากการศึกษา

แนวคิดหรือวิธีการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา

สรุปผลงาน

แนวทางในการจัดบันทึกใบกิจกรรม เรื่อง มาทาสีบ้านกันเถอะ

กลุ่มที่

สมาชิก 1. 2.
3. 4.
5.

คำชี้แจง: จากสถานการณ์ปัญหาข้างต้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม จัดบันทึกรายละเอียดต่าง ๆ ลงในใบกิจกรรม

นักเรียนทราบข้อมูลอะไรบ้างจากสถานการณ์ปัญหา

- ห้องนอนของนาโนมีความกว้าง 4 เมตร ยาว 6 เมตร และมีความสูง 2.8 เมตร
- สี 1 แกลลอนสามารถใช้ทาสีบ้านได้ 30 ตารางเมตร

สิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ

ถ้านาโนต้องการทาสีห้องนอนของตัวเองโดยทาสีแค่บริเวณเพดานและผนังห้องทั้ง 4 ด้าน นาโนจะต้องใช้สีกี่แกลลอนจึงจะเพียงพอต่อการใช้งาน

สิ่งที่นักเรียนต้องการศึกษา

- พื้นที่ผิวของปริซึม

ความรู้ที่ได้จากการศึกษา

- การหาพื้นที่ผิวของปริซึม ทำได้โดย หาพื้นที่ของด้านข้างทั้งหมดรวมกับพื้นที่ของฐานทั้งสอง

แนวคิดหรือวิธีการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา

พิจารณาการหาพื้นที่ผิวของปริซึม ทำได้โดย หาพื้นที่ของด้านข้างทั้งหมดรวมกับพื้นที่ของฐานทั้งสอง ถ้าเปรียบเทียบระหว่างปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้ากับห้องของนาโน จะได้ว่าพื้นที่ของด้านข้างทั้งหมดของปริซึมก็คือผนังของห้องนอน และพื้นที่ของฐานทั้งสองก็คือพื้นห้องและเพดาน แต่ในสถานการณ์ปัญหานี้นาโนต้องการทาสีห้องนอนของตัวเองโดยทาสีแค่บริเวณเพดาน และผนังห้องทั้ง 4 ด้าน จึงทำให้ทราบว่าในส่วนที่ต้องหาพื้นที่ของฐานทั้งสอง เราจะหาเพียงพื้นที่ของฐาน 1 ฐาน คือส่วนที่เป็นเพดานเท่านั้น

ดังนั้นในการหาบริเวณที่นาโนจะทาสีห้อง จึงหาจาก 2 ส่วน คือ

1. หาพื้นที่ของด้านข้างทั้งหมดของปริซึมหรือผนังห้อง
2. หาพื้นที่ของฐาน 1 ฐาน หรือเพดาน

จากนั้นนำพื้นที่ทั้งสองส่วนมารวมกัน เพื่อหาพื้นที่ที่นาโนทาสีห้องนอน แล้วนำไปพิจารณาพร้อมกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดที่ว่า สี 1 แกลลอนสามารถใช้ทาสีบ้านได้ 30 ตารางเมตร

สรุปผลงาน

หาบริเวณที่นาโนจะทาสีห้อง จึงหาจาก 2 ส่วน คือ

1. หาพื้นที่ของด้านข้างทั้งหมดของปริซึมหรือผนังห้อง $= 2(4 \times 2.8) + 2(6 \times 2.8)$
 $= 2(11.2) + 2(16.8)$
 $= 22.4 + 33.6$
 $= 56$ ตารางเมตร
2. หาพื้นที่ของฐาน 1 ฐาน หรือเพดาน $= 4 \times 6$
 $= 24$ ตารางเมตร

ในการทาสีห้องของนาโน จะทาสีทั้งหมด $56 + 24 = 80$ ตารางเมตร

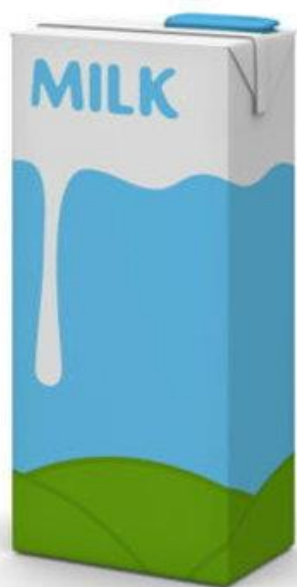
เนื่องจาก สี 1 แกลลอนสามารถใช้ทาสีบ้านได้ 30 ตารางเมตร และนาโนต้องทาสีห้องนอนทั้งหมด 80 ตารางเมตร ดังนั้นนาโนต้องใช้สี 3 แกลลอนจึงจะเพียงพอต่อการใช้งาน

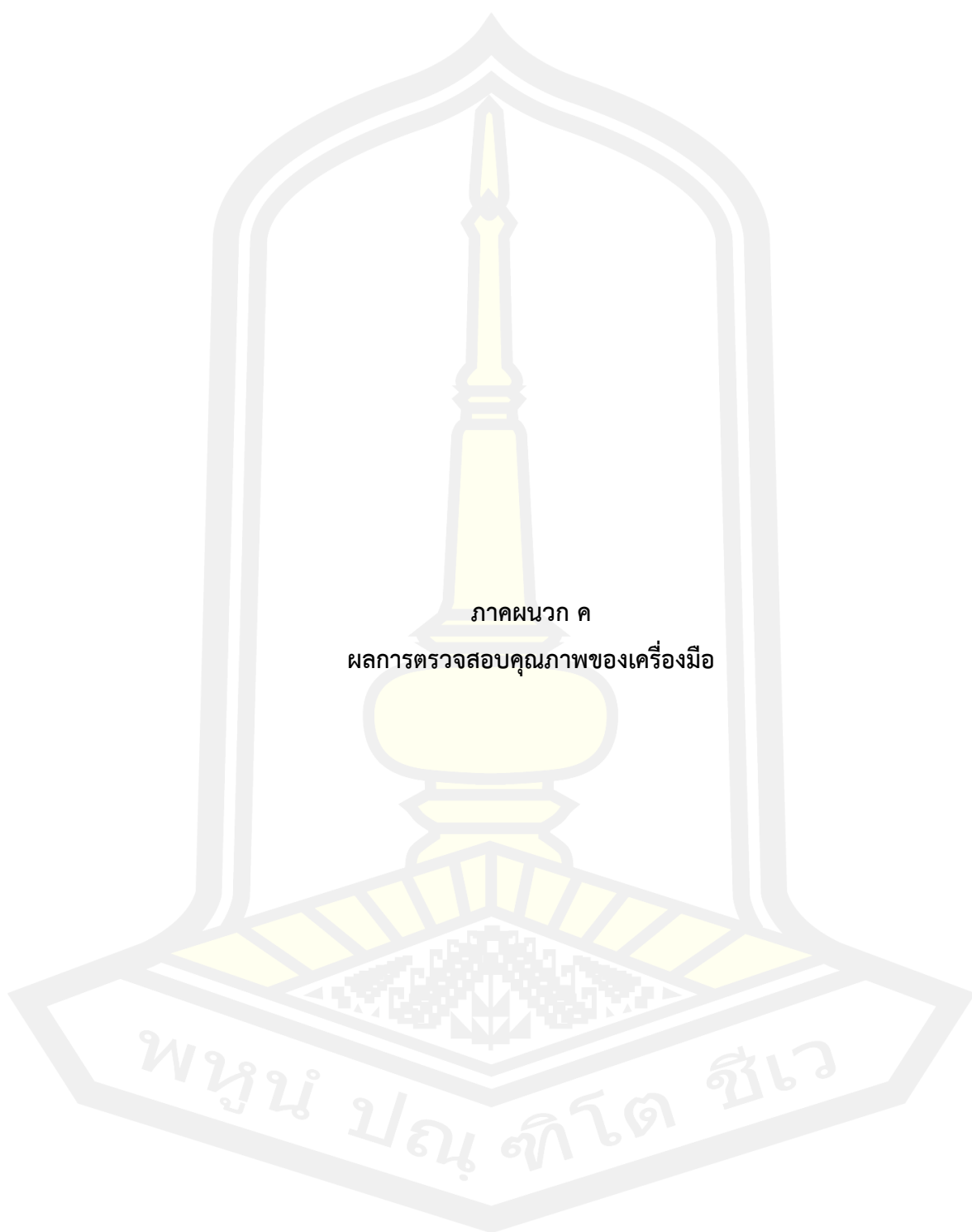


แบบฝึกทักษะ

เรื่องพื้นที่ผิวของปริซึมในชีวิตประจำวัน

1. จากรูป กำหนดให้กล่องนมกล่องนี้มีฐานกว้าง 5 เซนติเมตร ยาว 12 เซนติเมตร และมีความสูง 25 เซนติเมตร ถ้าต้องการทำฉลากที่มีความกว้าง 10 เซนติเมตรรอบกล่องนมกล่องนี้ กระดาษที่ใช้ทำฉลากจะต้องมีขนาดเท่าใด (ไม่คำนวณในส่วนที่ติดกา)

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the entire width of the page. There are no margins, text, or other markings present.ชื่อ - สกุล ชั้น เลขที่



ตาราง 12 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด/เนื้อหา สาระการเรียนรู้แกนกลางของแบบทดสอบ
เรื่อง ปริซึมและทรงกระบอก ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อ	ตัวชี้วัด/เนื้อหา	ข้อคำถาม	ระดับ พฤติกรรม	คะแนน		
				+1	0	-1
1	มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดและนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.2/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	 จากรูปหากจะซื้อกล่องใส่ขนมให้ตรงกับความต้องการของเอมอร์จะสามารถเลือกซื้อกล่องขนมหมายเลขใดได้บ้าง เพราะเหตุใด	ความเข้าใจ			
2	มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดและนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.2/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	นานาต้องการทำมุงคลุมเตียงทรงปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยเตียงของนานากว้าง 180 เซนติเมตร และยาว 200 เซนติเมตร ถ้านานาต้องการทำมุงให้มีขนาดเท่ากับเตียงพอดีและมีความสูงจากพื้น 150 เซนติเมตร นานาจะต้องซื้อผ้าสำหรับทำมุงอย่างน้อยกี่ตารางเมตร	การนำไปใช้			
3	มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดและนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.2/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	ห้องนั่งเล่นทรงปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้าห้องหนึ่งกว้าง 5 เมตร และยาว 6 เมตร สูง 3 เมตร ในห้องมีหน้าต่าง 4 บาน หน้าต่างแต่ละบานมีความกว้าง 0.6 เมตร ยาว 0.9 เมตร ถ้าพ่อจ้างช่างมาทาสีห้องนั่งเล่นใหม่โดยไม่ทาพื้นเพดานและบริเวณที่มีหน้าต่าง โดยช่างทาสีคิดค่าบริการตารางเมตรละ 50 บาท พ่อจะต้องจ่ายเงินเท่าไร	การนำไปใช้			

ตาราง 12 (ต่อ)

ข้อ	ตัวชี้วัด/เนื้อหา	ข้อความถาม	ระดับ พฤติกรรม	คะแนน		
				+1	0	-1
4	มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดและนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.2/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	ตู้เลี้ยงปลาทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมีความกว้าง 15 เซนติเมตร ยาว 25 เซนติเมตร สูง 20 เซนติเมตร ถ้าใส่น้ำไว้เพียงครึ่งถัง อยากทราบว่าปริมาตรของน้ำในถังจะเป็นเท่าใด	การนำไปใช้			
5	มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดและนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.2/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	ป้อน้ำมันพืชทรงสี่เหลี่ยมใบหนึ่งมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 30 เซนติเมตร ป้อนสูง 55 เซนติเมตร บรรจุน้ำมันพืชเต็มป้อน ถ้าแบ่งน้ำมันพืชใส่ถุง ถุงละ 0.75 ลิตรจนหมดป้อน จะได้น้ำมันพืชอย่างมากกี่ถุง (กำหนดให้ 1 ลิตร = 1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร)	การนำไปใช้			

ตาราง 13 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด/เนื้อหา สาระการเรียนรู้แกนกลางของแบบทดสอบ
เรื่อง ปริซึมและทรงกระบอก ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อ	ตัวชี้วัด/เนื้อหา	ข้อคำถาม	ระดับ พฤติกรรม	คะแนน		
				+1	0	-1
1	มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจ พื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัด และคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ ต้องการวัดและนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.2/2 ประยุกต์ใช้ ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึม และทรงกระบอกในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์และ ปัญหาในชีวิตจริง	 จากภาพที่กำหนดให้ สิ่งของใน ภาพใดบ้างที่มีลักษณะเป็น ทรงกระบอกพร้อมให้เหตุผล ประกอบ	ความเข้าใจ			
2	มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจ พื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัด และคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ ต้องการวัดและนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.2/2 ประยุกต์ใช้ ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึม และทรงกระบอกในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์และ ปัญหาในชีวิตจริง	ท่อนไม้ทรงกระบอกท่อนหนึ่ง หน้าตัดมีรัศมีเท่ากับ 7 เซนติเมตร ยาว 0.72 เมตร จงหาพื้นที่ผิวของ ไม้ท่อนนี้	การนำไปใช้			
3	มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจ พื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัด และคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ ต้องการวัดและนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.2/2 ประยุกต์ใช้ ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึม และทรงกระบอกในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์และ ปัญหาในชีวิตจริง	วินัสต้องการห่อของขวัญที่บรรจุ ในกล่องทรงกระบอกที่มี เส้นผ่าศูนย์กลางของฐานยาว 4.2 นิ้ว และสูง 10.5 นิ้ว วินัสจะต้อง ห่อกระดาษห่อของขวัญไว้อย่าง น้อยกี่ตารางนิ้ว	การนำไปใช้			

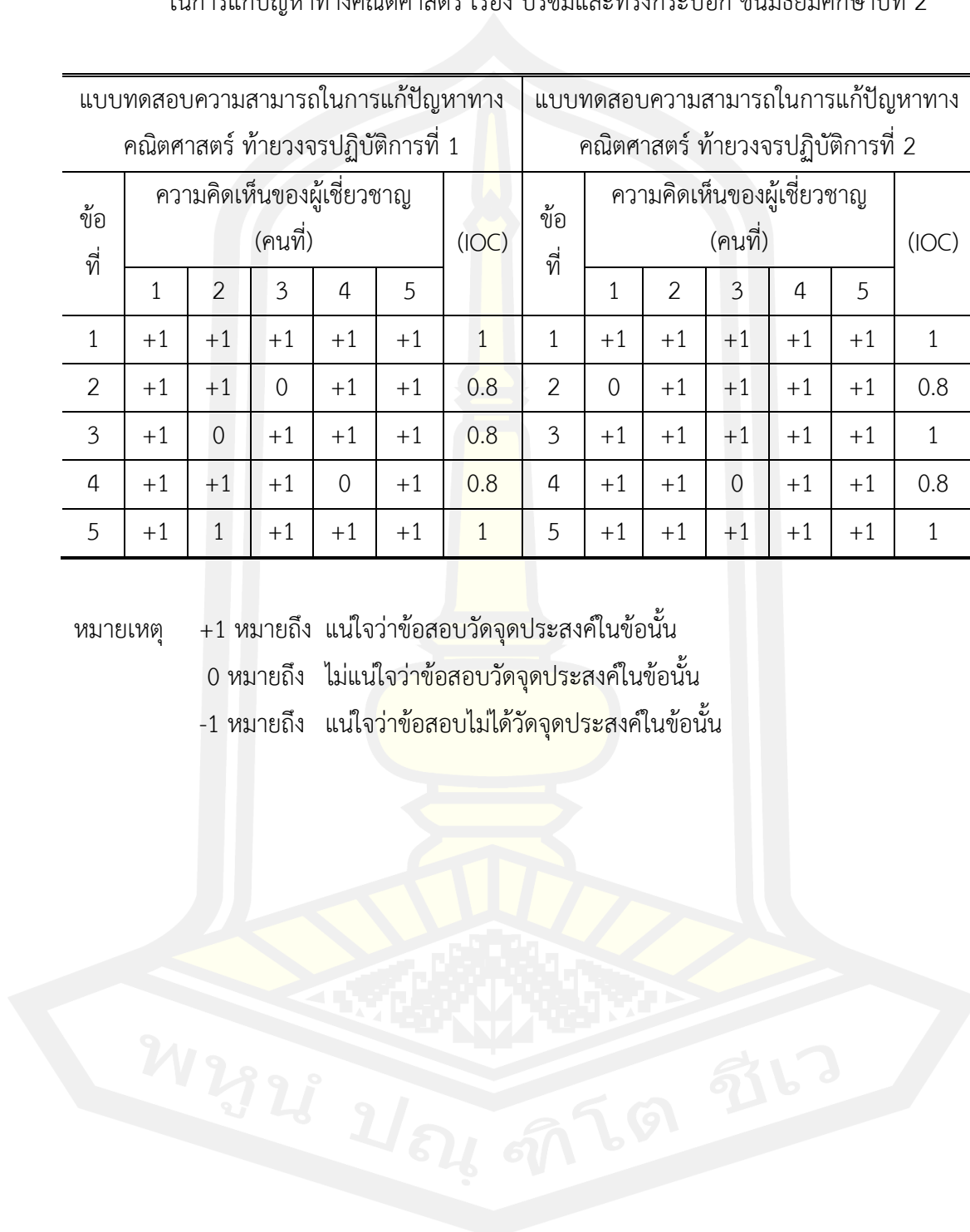
ตาราง 13 (ต่อ)

ข้อ	ตัวชี้วัด/เนื้อหา	ข้อความถาม	ระดับ พฤติกรรม	คะแนน		
				+1	0	-1
4	มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจ พื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัด และคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ ต้องการวัดและนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.2/2 ประยุกต์ใช้ ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึม และทรงกระบอกในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์และ ปัญหาในชีวิตจริง	ท่อระบายน้ำท่อนหนึ่งยาว 45 เซนติเมตร วัดเส้นผ่านศูนย์กลาง ภายในและภายนอกได้ 8 เซนติเมตรและ 10 เซนติเมตร ตามลำดับ จงหาปริมาตรของวัสดุ ที่ใช้ทำท่อระบายน้ำท่อนนี้	การนำไปใช้			
5	มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจ พื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัด และคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ ต้องการวัดและนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.2/2 ประยุกต์ใช้ ความรู้เรื่องปริมาตรของปริซึม และทรงกระบอกในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์และ ปัญหาในชีวิตจริง	ปลากะป๋องบรรจุในกระป๋อง ทรงกระบอกสองชนิดที่มีความจุ เท่ากัน และมีขนาดดังรูป จงหา ความสูง (h) ของกระป๋องใบเตี้ย (ความยาวที่กำหนดให้มีหน่วยเป็น เซนติเมตร)	การนำไปใช้			

ตาราง 14 ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบเพื่อหาความตรงของเนื้อหา ของแบบทดสอบความสามารถ
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริซึมและทรงกระบอก ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 1							แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ ท้ายวงจรปฏิบัติการที่ 2						
ข้อ ที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ (คนที่)					(IOC)	ข้อ ที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ (คนที่)					(IOC)
	1	2	3	4	5			1	2	3	4	5	
1	+1	+1	+1	+1	+1	1	1	+1	+1	+1	+1	+1	1
2	+1	+1	0	+1	+1	0.8	2	0	+1	+1	+1	+1	0.8
3	+1	0	+1	+1	+1	0.8	3	+1	+1	+1	+1	+1	1
4	+1	+1	+1	0	+1	0.8	4	+1	+1	0	+1	+1	0.8
5	+1	1	+1	+1	+1	1	5	+1	+1	+1	+1	+1	1

หมายเหตุ +1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบวัดจุดประสงค์ในข้อนั้น
0 หมายถึง ไม่แน่ว่าข้อสอบวัดจุดประสงค์ในข้อนั้น
-1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบไม่ได้วัดจุดประสงค์ในข้อนั้น



ตาราง 15 ผลการทดสอบท้ายวงจรที่ 1 แยกตามความสามารถในการแก้ปัญหา คือ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบผล

คนที่	คะแนน				รวม (40 คะแนน)	ร้อยละ	ผลการ ประเมิน
	การทำความเข้าใจปัญหา	การวางแผนการแก้ปัญหา	การดำเนินการตามแผน	การตรวจสอบผล			
1	8	7	5	7	27	67.50	ไม่ผ่าน
2	7	6	5	5	23	57.50	ไม่ผ่าน
3	6	5	5	5	21	52.50	ไม่ผ่าน
4	7	7	5	5	24	60.00	ไม่ผ่าน
5	6	5	5	5	21	52.50	ไม่ผ่าน
6	5	5	5	5	20	50.00	ไม่ผ่าน
7	5	5	5	5	20	50.00	ไม่ผ่าน

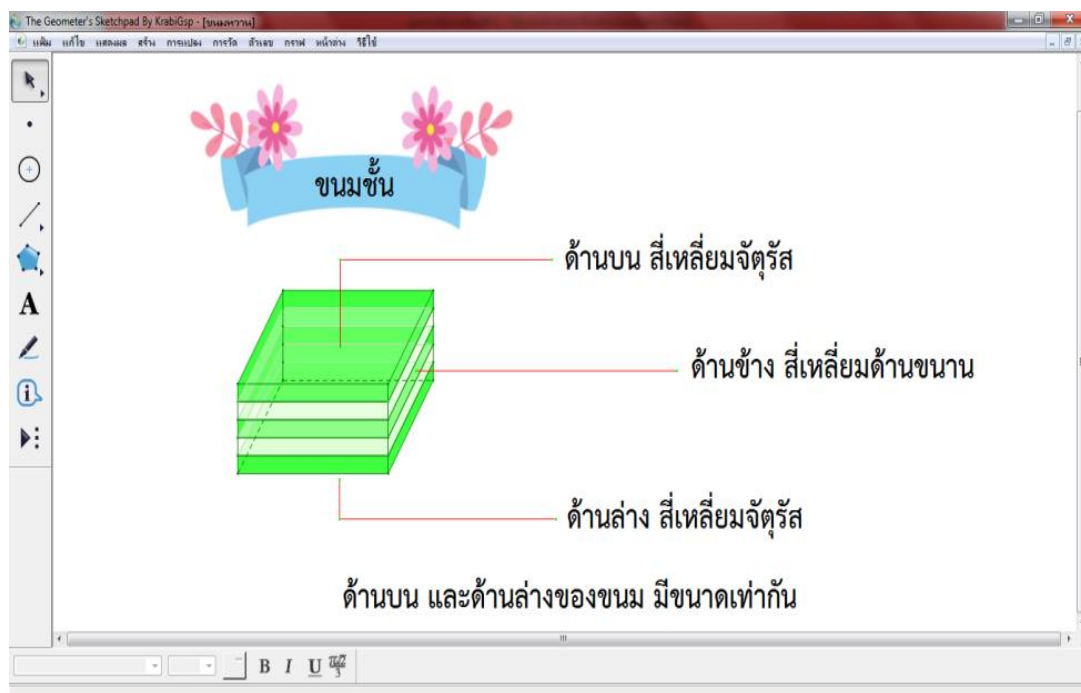
ผลการทดสอบท้ายวงจรที่ 2 แยกตามความสามารถในการแก้ปัญหา คือ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบผล

คนที่	คะแนน				รวม (40 คะแนน)	ร้อยละ	ผลการ ประเมิน
	การทำความเข้าใจปัญหา	การวางแผนการแก้ปัญหา	การดำเนินการตามแผน	การตรวจสอบผล			
1	10	10	7	7	34	85.00	ผ่าน
2	10	9	6	6	31	77.00	ผ่าน
3	9	7	5	5	26	65.00	ไม่ผ่าน
4	10	9	7	7	33	82.50	ผ่าน
5	10	9	6	6	31	77.50	ผ่าน
6	8	7	5	5	25	62.50	ไม่ผ่าน
7	8	5	5	5	23	57.50	ไม่ผ่าน

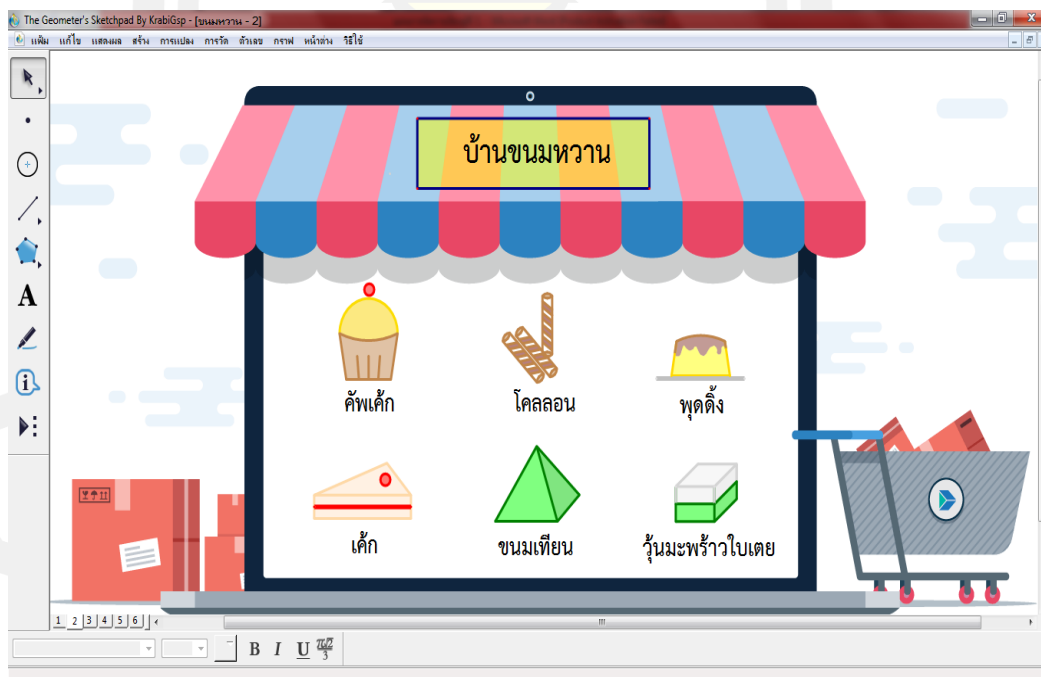


ภาคผนวก ง

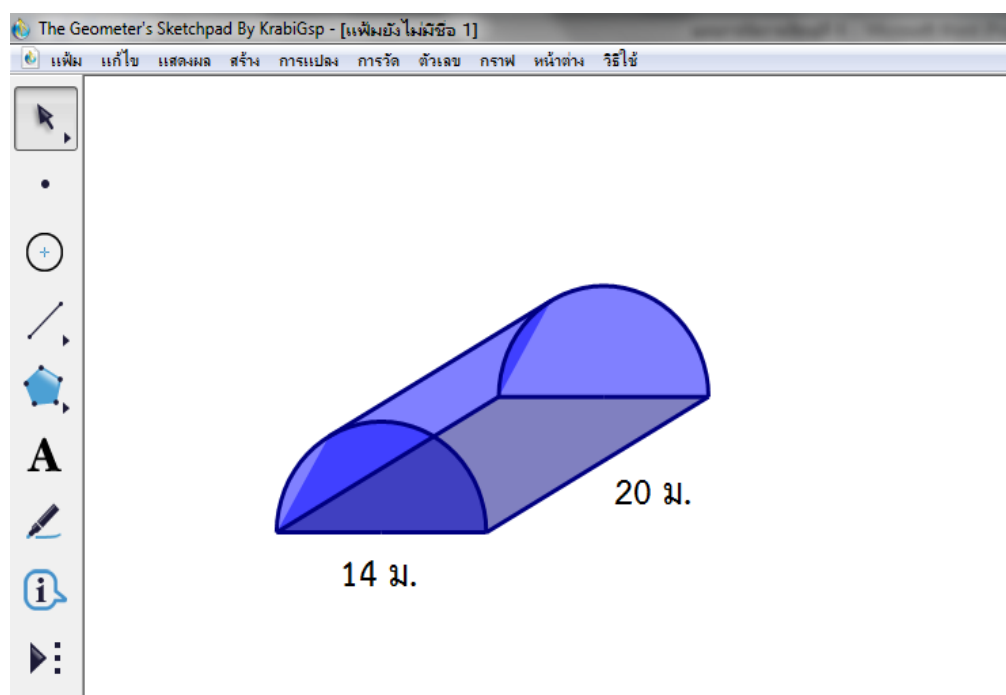
ตัวอย่างภาพสื่อการเรียนรู้จีเอสพี และภาพการจัดกิจกรรม



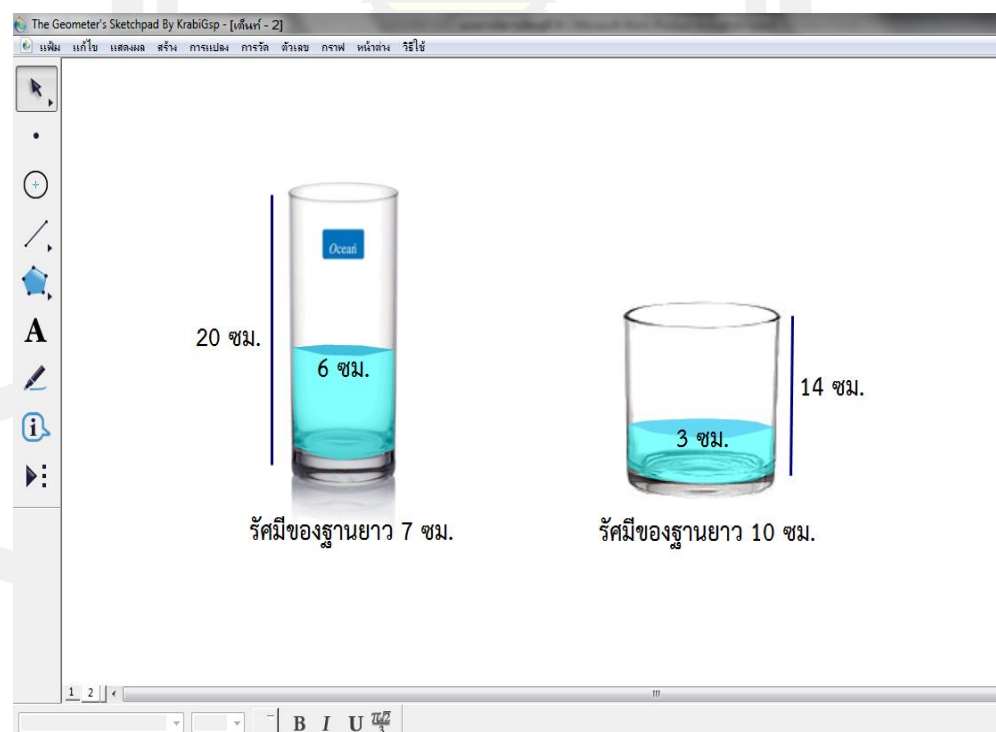
ภาพสื่อการเรียนรู้ เรื่อง ลักษณะของปริซึม



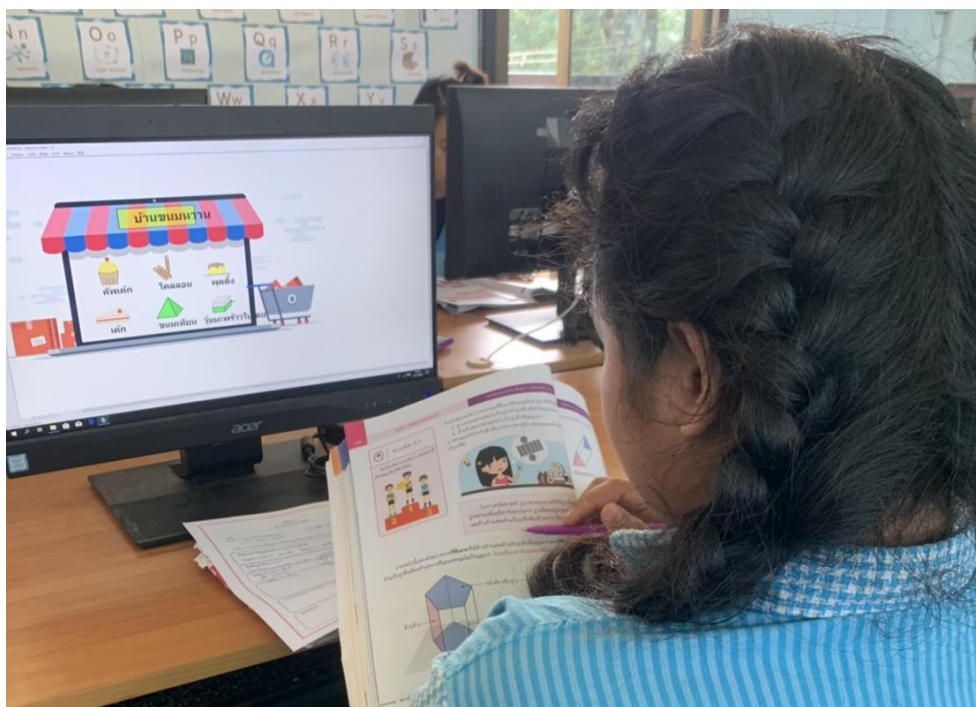
ภาพประกอบสถานการณ์ปัญหา เรื่อง ลักษณะของปริซึม



ภาพประกอบสถานการณ์ปัญหา เรื่อง พื้นที่ผิวของทรงกระบอก



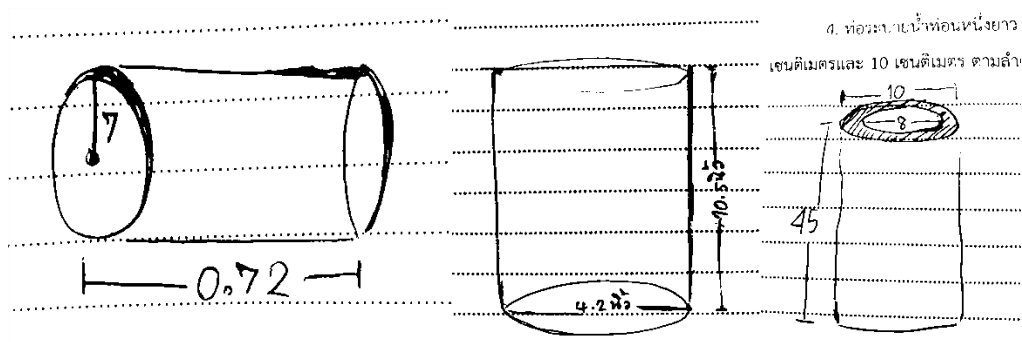
ภาพประกอบสถานการณ์ปัญหา เรื่อง ปริมาตรของทรงกระบอก



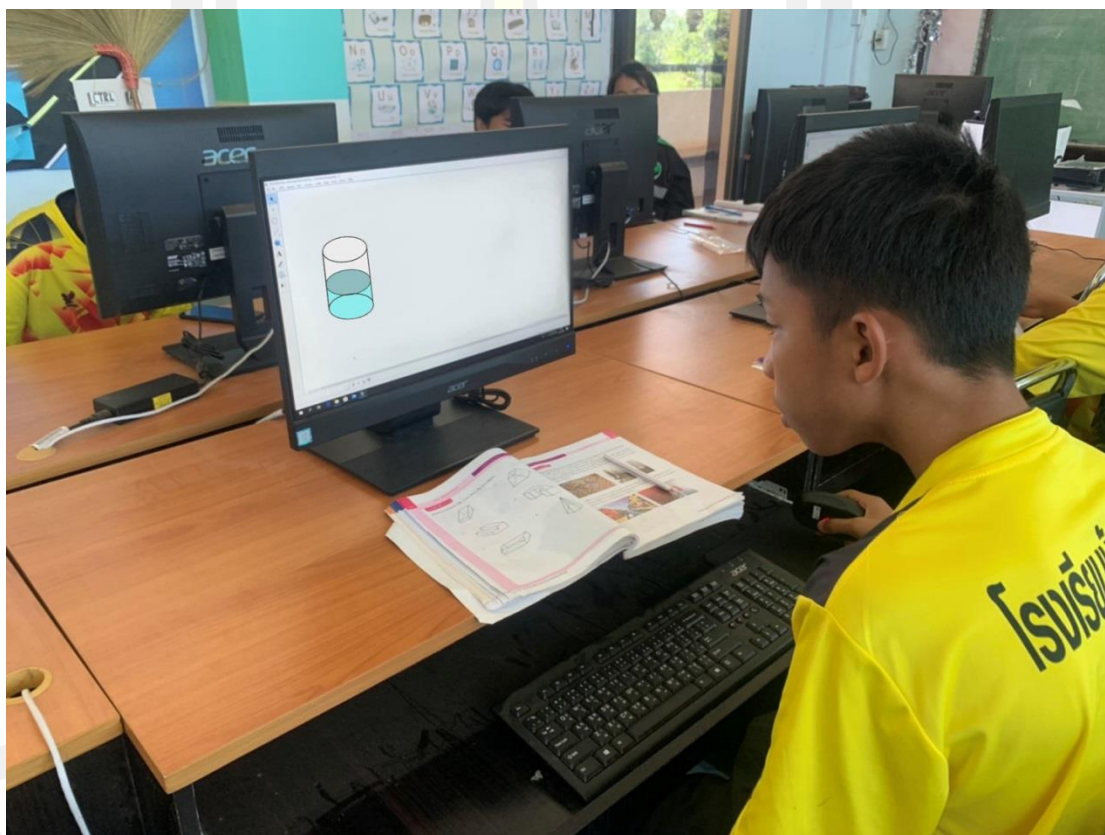
นักเรียนกำลังดำเนินการศึกษาค้นคว้าตามหัวข้อที่ได้รับมอบหมาย



นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)



ความพยายามของนักเรียนในการวาดรูปทรงกระบอก



นักเรียนกำลังสร้างทรงกระบอกจากโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)



ภาพแสดงบรรยากาศในการเรียน



นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ	นางสาวเจตสุภา สังข์ทองดี
วันเกิด	วันที่ 12 สิงหาคม พ.ศ. 2537
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านเลขที่ 126 หมู่ที่ 1 ตำบลศรีธาตุ อำเภอศรีธาตุ จังหวัดอุดรธานี รหัสไปรษณีย์ 41230
ตำแหน่งหน้าที่การงาน	ครู อันดับ คศ.1
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนบ้านไทยสมพร อำเภอวังสามหมอ จังหวัดอุดรธานี รหัสไปรษณีย์ 41280
ประวัติการศึกษา	พ.ศ. 2555 มัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนศรีธาตุพิทยาคม จังหวัดอุดรธานี พ.ศ. 2560 ปริญญาครุศาสตรบัณฑิต (ค.บ.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม พ.ศ. 2564 ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

พูน ปณ จิต ชีวะ